

# Analisis Kuantitatif Anomali Self-Potential: Metode *Levenberg-Marquardt* dan Optimasi Global *Very Fast Simulated-Annealing* pada Terapan Mata Kuliah Metode Numerik Lanjut

Hardi Hamzah<sup>1\*</sup>, Wahyu Kumalasari<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Cenderawasih, Indonesia

Email: [hardi@fmipa.uncen.ac.id](mailto:hardi@fmipa.uncen.ac.id)

## Abstrak

*Metode self-potential (SP) merupakan metode pengukuran pasif dalam survei geofisika. Metode SP digunakan untuk mengetahui struktur fisis bawah permukaan. Metode ini banyak digunakan karena sangat mudah dilakukan di lapangan. Akan tetapi, metode SP masih memiliki tantangan dalam interpretasi data lapangan. Metode inversi Levenberg-Marquardt (LM) dan inversi optimasi global very fast simulated-annealing (VFSA) dipilih dalam interpretasi data SP. Dalam studi ini, dilakukan identifikasi parameter fisis SP yang meliputi bentuk objek, kedalaman, sudut polarisasi, dan momen dipol. Kedua metode inversi di atas diuji dengan menggunakan data sintetik (teoritik) terlebih dahulu sehingga diperoleh parameter model dari hasil inversi data sintetik tersebut. Data lapangan yang diperoleh dari pengukuran SP benda berbentuk silinder yang dikubur di dalam tanah pada kedalaman tertentu digunakan untuk analisis lebih lanjut. Hasil dari kedua metode inversi di atas dibandingkan nilai standar error, robust, dan itersinya.*

**Kata kunci**—*Self-potential, Levenberg-Marquardt, Very Fast Simulated-Annealing.*

## 1. PENDAHULUAN

Metode *self-potential* (SP) adalah metode geofisika pasif, seperti gravitasi dan metode magnetik. Metode ini melibatkan pengukuran potensial listrik pada sejumlah titik pengukuran disebut stasiun SP (Hamzah et al., 2018). Hasil pengukuran yang diperoleh dapat memberikan informasi penting mengenai aliran air tanah, *hydromechanical*, dan gangguan geokimia (Revil et al., 2013). Metode self potensial merupakan metode pengukuran pasif karena potensial dihasilkan oleh sejumlah sumber alami dari bumi tanpa adanya injeksi ke bawah permukaan bumi yang memanfaatkan medan listrik yang muncul akibat arus alami di dalam tanah. Anomali SP dapat dihasilkan oleh mekanisme potensial difusi dan membran, potensial bioelektrik, *streaming potential*, dan potensial mineral (Telford, 1990). Metode ini banyak digunakan karena sangat mudah dilakukan di lapangan.

Akan tetapi, metode SP masih memiliki tantangan dalam analisis data lapangan. Analisis terhadap penyebab anomali SP yang terukur di lapangan dapat dilakukan dengan pemodelan ke depan dan inversi (Srigutomo et al., 2006; Ben et al., 2022). Pada pemodelan ke depan dibuat bentuk model sedemikian rupa di bawah permukaan kemudian dilihat respon di permukaan berupa data anomali SP (Kemna et al., 2012). Sebaliknya, pada inversi atau *inverse modeling*, data anomali SP diolah dengan menggunakan teknik inversi tertentu sehingga diperoleh parameter-parameter model di bawah permukaan, dapat berupa informasi kedalaman, posisi di permukaan, dan parameter fisis lainnya.

Dalam penelitian ini, dibuat model uji benda yang berbentuk silinder horizontal. Dilakukan pemodelan ke depan menggunakan rumusan matematis yang menghubungkan antara data dan parameter model sehingga diperoleh data anomali SP. Data ini kemudian diinversi menggunakan metode *Levenberg-Marquardt* (LM)

dan optimasi global *very fast simulated annealing* (VFSA). Kedua hasil inversi dibandingkan standar error, robust, dan iterasi. Selanjutnya, dilakukan interpretasi kuantitatif anomali SP berupa data lapangan disebabkan oleh benda berbentuk silinder yang dikubur di dalam tanah disajikan menggunakan metode *Levenberg-Marquardt* (LM) dan optimasi global *very fast simulated annealing* (VFSA) untuk menentukan kedalaman dan bentuk benda. Kedua hasil inversi data lapangan dibandingkan standar error, robust, jumlah iterasi dan waktu komputasi yang diperlukan.

## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1 Rumus Anomali SP

Ungkapan anomali SP model geometri tetap bentuk silinder atau bola terpolarisasi sepanjang sumbu x adalah:

$$V(x, z, \theta, q) = K \frac{x_i \cos \theta + z \sin \theta}{(x_i^2 + z^2)^q} \quad (1)$$

z adalah kedalaman dari permukaan sampai ke pusat benda,  $x_i$  adalah titik diskrit anomali berada,  $\theta$  adalah sudut polarisasi, K adalah momen dipole listrik, dan q adalah faktor bentuk yang nilainya 0.5, 1.0, dan 1.5 untuk silinder vertical semi-tidak berhingga, silinder horizontal, dan lingkaran secara berturut-turut (Srigutomo et al., 2006; Sharma & Biawas, 2013).

### 2.2 Inversi Levenberg-Marquardt

K, z, x, q, dan  $\theta$  parameter model dan V adalah data pada (1). Maka hubungan data dan parameter model adalah non linear. Hubungani ini memenuhi persamaan

$$G(m) = d \quad (2)$$

d adalah vektor data, m adalah vektor model, dan G adalah model matematika yang menghubungkan data dan model. Fungsi misfit

$$Y(m) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{G(m)_i - d_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (3)$$

Inversi Levenberg-Marquardt (LM) diimplementasikan untuk mencari parameter model sebagai penyebab anomali SP di permukaan. Persamaan untuk iterasi pada metode LM adalah

$$(J(m^k)^T J(m^k) + \lambda I) \Delta m = -J(m^k)^T F(m^k) \quad (4)$$

k adalah jumlah iterasi,  $\lambda$  adalah faktor redaman dipilih 0.0001,  $\sigma_i$  adalah standar deviasi diasumsikan 1, dan J(m) adalah matriks jacobian

$$J(m) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(m)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial f_1(m)}{\partial m_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(m)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial f_m(m)}{\partial m_n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

F(m) mengandung vektor perbedaan antara data observasi dan data kalkulasi

$$F(m) = \begin{bmatrix} f_1(m) \\ \vdots \\ f_m(m) \end{bmatrix} \quad (6)$$

dengan

$$f_i(m) = \sum_{i=1}^N \frac{G(m)_i - d_i}{\sigma_i} \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, m$

diperoleh parameter model baru dari (4) . Jika misfit model baru lebih kecil dari misfit model sebelumnya, maka model baru diterima dan jika tidak maka model akan diperbaharui. Standar error

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (D(x_i) - V(x_i, z, q, \theta, K))^2}{m - n}} \quad (8)$$

### 2.3 Optimasi Global VFSA

Optimisasi VFSA telah digunakan secara luas dalam interpretasi geofisika. VFSA dapat mencari solusi pada rentang yang luas tanpa mengurangi tingkat kepercayaan dari hasil yang diperoleh. Variasi metode optimisasi global didasari pada perbedaan prinsip seperti hukum Boltzman dari mekanika statistik, untuk mencapai keadaan energi minimum (simulated annealing SA), evolusi biologi (genetic algorithm and neural network NN), dan perilaku alami dari individu atau kelompok untuk mengikuti jalur optimum (PSOs). Semua metode ini mengatasi bebrbagai keterbatasan inversi linear. VFSA lebih efisien dari pendekatan SA dalam hal waktu, memori yang dipakai, dan resolusi lebih tinggi (Biswas & Sharma, 2014; Tao et al., 2019). SA adalah salah satu metode untuk menemukan minimum global fungsi error  $E(\mathbf{m})$ , dengan  $\mathbf{m}$  adalah model vektor. Konsep dasar dari SA adalah dari masalah dalam mekanika statistik yang melibatkan analisis sifat dari sejumlah besar atom dalam sampel cairan atau padatan, dianalogikan antara parameter (model parameter) dari masalah optimasi dan partikel dalam sistem fisika ideal. Proses annealing fisika terjadi ketika padatan dalam bak panas awalnya dipanaskan dengan suhu yang semakin meningkat sehingga semua partikel didistribusikan secara acak dalam fasa cair (Aisyah, 2014). Ini diikuti dengan pendinginan yang berlangsung lambat sehingga semua partikel mengatur dirinya dalam keadaan energi dasar terendah di mana kristalisasi terjadi. Proses optimasi melibatkan simulasi evolusi dari sistem fisika yang mendingin dan menguat ke dalam keadaan energi minimum.

SA dikembangkan menjadi VFSA VFSA atau tehnik optimisasi global apa saja memerlukan rentang pencarian ( $P_i^{\min}$  dan  $P_i^{\max}$ , nilai minimum dan nilai maksimum ke  $i$  parameter dalam ruang model) untuk setiap parameter model, dan pada waktu proses setiap parameter model dioptimasi dalam rentang pencarian untuk menemukan model terbaik yang pas dengan respon observasi. Pada awalnya model ( $P_i, i=1, M, M$  adalah jumlah parameter) dipilih secara random dalam ruang model dan misfit persamaan (II.18) dihitung. Parameter model dan misfit dari model di atas berada dalam dalam memori dan setiap parameter di perbaharui.

*Updating factor*  $y_i$  untuk parameter ke  $i$  dihitung menggunakan formulasi berikut, yang bervariasi antara -1 dan 1

$$y_i = \text{sgn}(u_i - 0.5) T_i \left( \left( 1 + \frac{1}{T_i} \right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right) \quad (9)$$

Dalam persamaan di atas,  $u_i$  adalah bilangan random seragam bervariasi antara 0 dan 1, dan  $T_i$  adalah temperatur. Setiap parameter  $P_i$  diperbaharui menjadi  $P_i^{j+1}$  dari nilai sebelumnya  $P_i^j$  oleh persamaan

$$P_i^{j+1} = P_i^j + y_i(P_i^{\max} - P_i^{\min}) \quad (10)$$

Kemudian model baru diperoleh, Sekarang, misfit disesuaikan dengan model kalkulasi dan dibandingkan dengan misfit model sebelumnya. Jika misfit model ini kurang dari misfit model awal, maka model baru dipilih dengan probabilitas  $\exp(-\Delta\varphi/T)$  dengan  $\Delta\varphi$  adalah perbedaan misfit kedua model. Jika misfit model baru lebih besar dibandingkan model sebelumnya, maka bilangan random ditarik dan dibandingkan dengan probabilitas. Jika probabilitas lebih besar dari bilangan random yang ditarik, maka, model baru diterima dengan probabilitas sama, sebaliknya model ini ditolak. Selanjutnya, bilangan yang diinginkan bergerak dibuat pada tingkat suhu yang sama dengan menerima atau menolak model baru sesuai dengan kriteria yang disebutkan di atas. Ini melengkapi satu iterasi. Gerakan dalam ruang model pada satu tingkat suhu menghasilkan model perbaikan. Setelah menyelesaikan bilangan yang dikehendaki bergerak pada suhu tertentu, suhu dikurangi ke tingkat yang lebih rendah sesuai dengan rumusan pendinginan berikut

$$T_i(j) = \exp\left(T_{0i} - c_i j^{\frac{1}{M}}\right) \quad (11)$$

$j$  adalah iterasi terakhir,  $c_i$  adalah konstanta yang mungkin berbeda untuk parameter model yang berbeda, dan  $T_{0i}$  adalah temperatur awal, yang mungkin berbeda untuk parameter model yang berbeda dan bergantung pada sifat dari misfit dipertimbangkan untuk optimasi (Sharma dan Biswas, 2013). Dalam penelitian ini,  $c_i$  dianggap sama dengan 1 dan suhu awal telah diambil sebagai 1.0. Misfit  $\varphi$  antara observasi dan respon model untuk interpretasi data SP

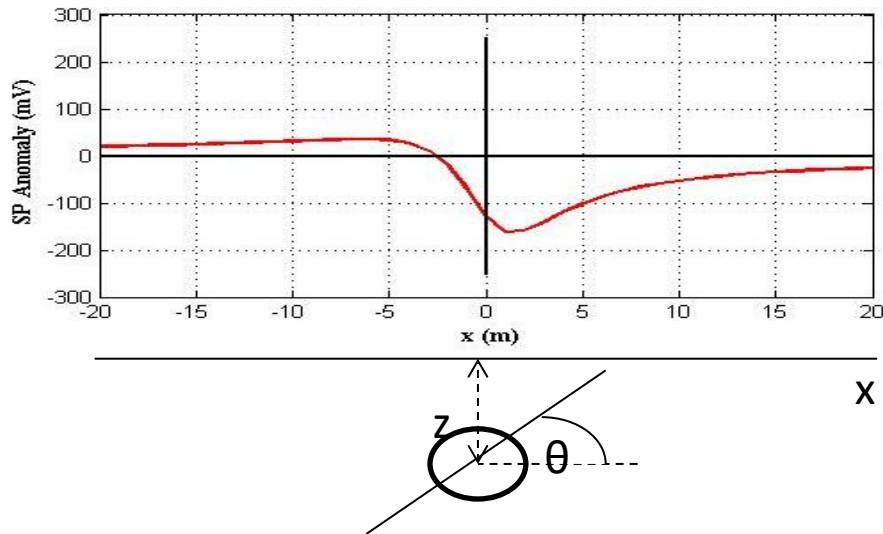
$$\varphi = \sum_{i=1}^N \left( \frac{V_i^0 - V_i^c}{V_i^0} \right)^2 \quad (12)$$

dengan  $N$  adalah jumlah titik data dan  $V_i^0$  dan  $V_i^c$  adalah observasi dan respon model ke  $i$ .

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Hasil Pemodelan dan Inversi

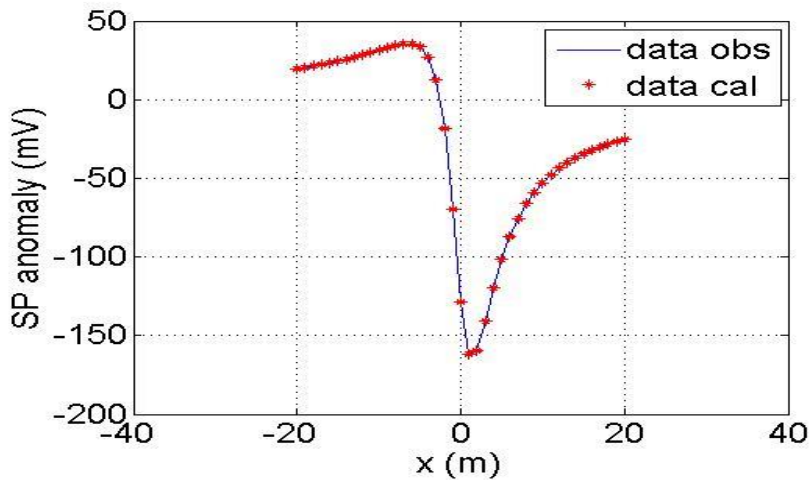
Dilakukan pemodelan kedepan dengan model sintetik  $z = 3$  m,  $q = 1$ ,  $\theta = 40^\circ$ , dan  $K = -600$  mV. Diperoleh data sintitik



**Gambar 1.** Data anomali SP dari model uji

Hasil pemodelan kedepan pada Gambar 1 menunjukkan bahwa nilai anomali potensial pada jarak jaram -20 m bernilai positif dan nilai anomali SP ini semakin bertambah besar sampai pada jarak sekitar -7 m. Nilai ini mulai menurun sampai minus ratusan milivolt pada jarak sekitar dua meter dari titik nol sumbu x. Hal ini menunjukkan bahwa polarisasi dari positif lebih jauh dari permukaan menuju negatif yang lebih dekat dengan permukaan.

Data ini kemudian diinversi menggunakan metode LM dan optimasi global VFSA. Diperoleh hasil

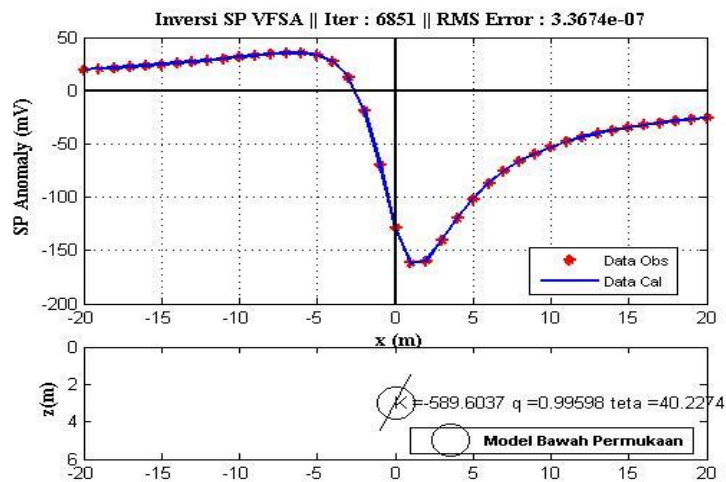


**Gambar 2.** Hasil inversi LM

Jumlah iterasi = 8  
z = 3.00000 +- 0.06003  
q = 1.00000 +- 0.01212  
teta = 40.00000 +- 0.54366  
K = -600.00002 +- 30.20954  
SE = 1.2036e-06

Hanya diperlukan iterasi sebanyak 8 iterasi untuk metode LM dengan standar error sampai pada orde  $10^{-6}$ . Gambar 2 menunjukkan bahwa data anomali SP hasil inversi (data kalkulasi) sangat berimpit dengan data uji yang menunjukkan bahwa hasil inversi metode LM cukup akurat digunakan.

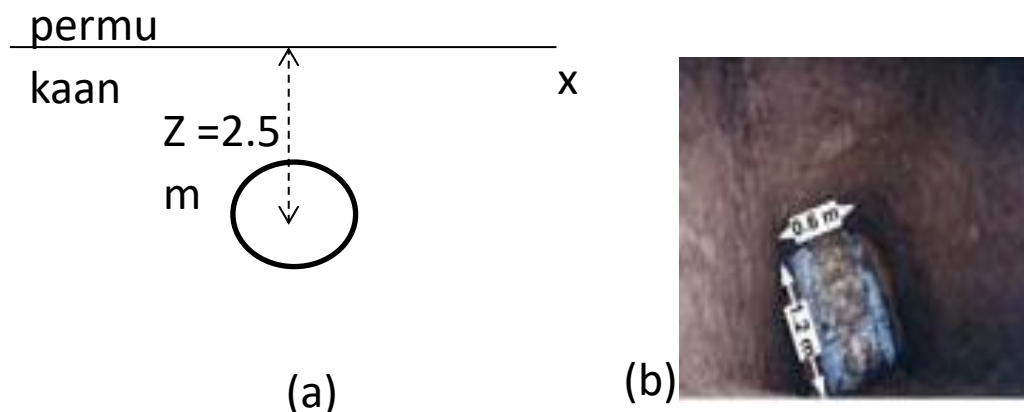
Hasil inversi menggunakan metode optimasi global VFSA ditunjukkan oleh gambar 3.



**Gambar 3.** Hasil inversi VFSA

Walaupun diperlukan iterasi sebanyak 6851 iterasi untuk metode VFSA, namun RMS error sampai pada orde  $10^{-7}$ . Hal ini menunjukkan bahwa hasil inversi metode VFSA lebih akurat dibanding FVSA akan tetapi membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama.

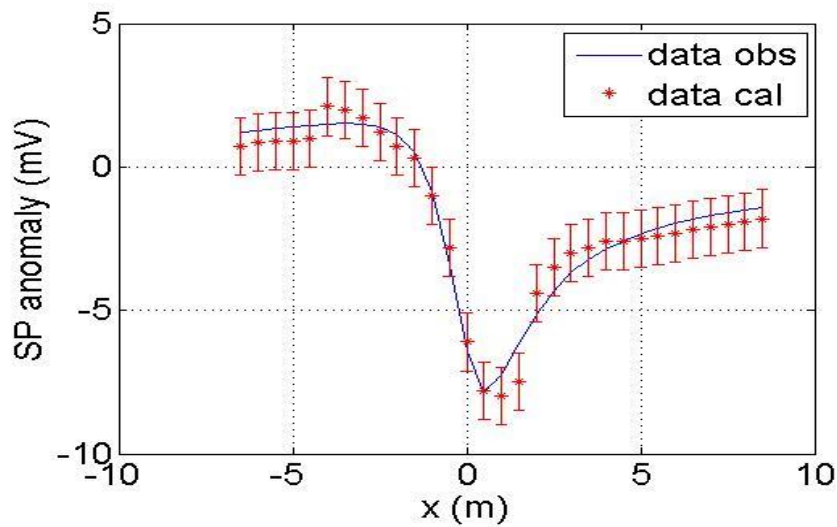
Digunakan data lapangan sebenarnya yang akan diuji menggunakan kedua metode inversi di atas. Data lapangan diperoleh dengan mengubur benda berbentuk silinder seperti pada gambar 4.



**Gambar 4.** (a) Menunjukkan penampang silinder (b) Silinder di tanam di dalam tanah pada kedalaman 2.5 m

Dilakukan pengukuran dipermukaan dengan metode SP. Data yang diperoleh kemudian diinversi dengan menggunakan kedua metode iniversi di atas.

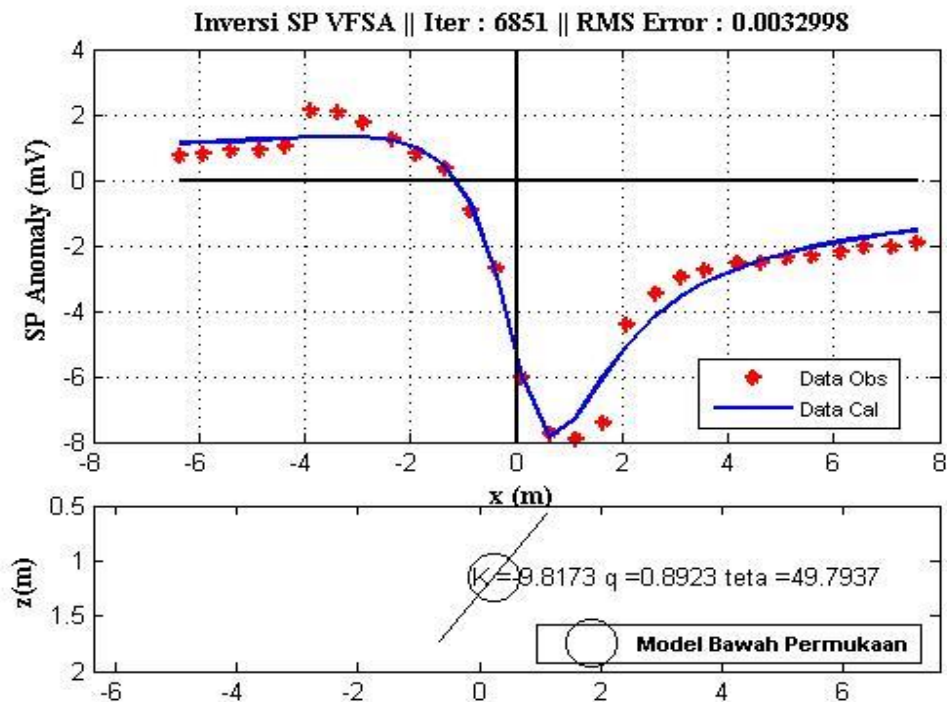
Hasil inversi dengan metode LM ditunjukkan pada gambar 5



**Gambar 5.** Hasil inversi LM

Jumlah iterasi = 28  
 $z = 1.23376 \pm 0.58962$   
 $q = 0.91595 \pm 0.26547$   
 $\theta = 45.78015 \pm 13.37003$   
 $K = -10.73296 \pm 6.29309$   
 $SE = 0.5374$

Diperlukan iterasi sebanyak 28 iterasi untuk metode LM dengan standar error 0.5374. Gambar 5 menunjukkan bahwa data anomali SP hasil inversi (data kalkulasi) dapat mengikuti pola data lapangan (data observasi). Kemudian dilakukan inversi menggunakan metode VFSA dan diperoleh hasil seperti pada gambar 6 di bawah ini.



**Gambar 6.** Hasil inversi LM

Walaupun diperlukan iterasi sebanyak 6851 iterasi untuk metode VFSA, namun RMS error sampai pada orde  $10^{-2}$ . Hal ini menunjukkan bahwa hasil inversi metode VFSA lebih akurat dibanding FVSA akan tetapi membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama.

#### 4. KESIMPULAN

Metode Levenberg-Marquardt dan optimasi global VFSA telah digunakan untuk interpretasi kuantitatif potensi diri anomali untuk menentukan parameter model yang terkait (kedalaman sumber, faktor bentuk, sudut polarisasi dan momen dipol listrik). Hasil menunjukkan bahwa metode optimasi global VFSA lebih akurat dalam hal standard error antara data observasi dan data diprediksi, dibandingkan metode Levenberg-Marquardt. Akan tetapi metode Levenberg-Marquardt lebih efisien dalam hal waktu komputasi yang dibutuhkan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Ingber, L., and B. Rosen, *Genetic algorithms and very fast simulated reannealing—A comparison: Mathematical and Computer Modeling*, 16, 87–100, doi: 10.1016/0895 7177(92)90108-W (1992)
- Revil, A dan Jardani A. *The Self-Potential Method Theory and Applications in Environmental Geosciences*. Cambridge University Press The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK Fox 1830 (2013)
- Sharma dan Biswas, *Interpretation of self-potential anomaly over a 2D inclined structure using very fast simulated-annealing global optimization — An insight about ambiguity*. GEOPHYSICS, VOL. 78, NO. 3 (MAY-JUNE 2013); P. WB3–WB15, 14 FIGS., 6 TABLES. 10.1190/GEO2012-0233.1 (2013)
- W. M. Telford, *Applied Geophysics*. Second Edition, Cambridge University Press. Australia(1990)
- Sen, M. K., and P. L. Stoffa, *Global optimization methods in geophysical inversion*. Elsevier (1995)
- Hamzah, H., Heriyanto, M., & Srigutomo, W. (2018). PEMODELAN ANOMALI SELF-POTENTIAL GEOMETRI TETAP DAN INVERSI GLOBAL OPTIMASI VERY FAST SIMULATED ANNEALING. *PHYDAGOGIC: Jurnal Fisika dan Pembelajarannya*, 1(1), 24-29.
- Srigutomo, W., Agustine, E., & Zen, M. H. (2006). Quantitative analysis of self-potential anomaly: derivative analysis, least-squares method and non-linear inversion. *Indonesian Journal of Physics*, 17(2), 49-55.
- Ben, U. C., Akpan, A. E., Urang, J. G., Akaerue, E. I., & Obianwu, V. I. (2022). Novel methodology for the geophysical interpretation of magnetic anomalies due to simple geometrical bodies using social spider optimization (SSO) algorithm. *Heliyon*, 8(3).
- Kemna, A., Binley, A., Cassiani, G., Niederleithinger, E., Revil, A., Slater, L., ... & Zimmermann, E. (2012). An overview of the spectral induced polarization method for near-surface applications. *Near Surface Geophysics*, 10(6), 453-468.
- Biswas, A., & Sharma, S. P. (2014). Resolution of multiple sheet-type structures in self-potential measurement. *Journal of Earth System Science*, 123, 809-825
- Tao, Y., Yan, H., Gao, H., Sun, Y., & Li, G. (2019). Application of SVR optimized by modified simulated annealing (MSA-SVR) air conditioning load prediction model. *Journal of Industrial Information Integration*, 15, 247-251.
- Aisyah, A. (2014). Karakterisasi Gelas Limbah Hasil Vitrifikasi Limbah Cair Tingkat Tinggi. *Jurnal Teknologi Pengelolaan Limbah*, 16(1).