

# *Spatial Autoregressive Model (SAR)* dalam Kasus Kejadian Diare di Provinsi Bali

Luh Putu Safitri Pratiwi  
ITB STIKOM Bali  
e-mail: [putu\\_safitri@stikom-bali.ac.id](mailto:putu_safitri@stikom-bali.ac.id)

## Abstrak

*Analisis spasial dapat diaplikasikan pada bidang kesehatan salah satunya mengenai kejadian diare pada suatu wilayah. Salah satu wilayah yang memiliki angka persebaran kejadian diare tertinggi di Provinsi Bali adalah wilayah Denpasar. Denpasar merupakan salah satu wilayah yang berpotensi dalam menyumbang tingginya jumlah kejadian diare di Provinsi Bali, maka dari itu perlu diketahui faktor apa saja yang berpengaruh terhadap kejadian diare di Provinsi Bali. Faktor-faktor yang memengaruhi kejadian diare tergantung kepada karakteristik dari masing-masing wilayah tersebut, sehingga diperlukan identifikasi dengan memerhatikan pengaruh wilayah. Pemodelan yang menggunakan pengaruh wilayah/spasial ada berbagai jenis misalnya menggunakan Spatial Autoregressive (SAR). Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kejadian diare di wilayah Bali dengan menggunakan metode spasial yaitu SAR dan ingin mengetahui faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi kejadian diare di wilayah Bali. Adapun variabel-variabel yang digunakan yaitu variabel responnya adalah kejadian diare (Y), sedangkan variabel bebas yang digunakan terdiri dari sanitasi ( $X_1$ ), kepadatan penduduk ( $X_2$ ), sarana air minum ( $X_3$ ). Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah data yang digunakan dalam pemodelan memenuhi aspek spasial sehingga dilakukan pemodelan dengan spasial SAR dengan nilai  $R^2$  yang dihasilkan sebesar 95,34% menjelaskan besarnya variansi dari kejadian diare yang dapat dijelaskan oleh model.*

**Kata kunci**— Spasial, Diare, SAR, Bali

## 1. PENDAHULUAN

Seringkali suatu penelitian mengkaji hubungan antara variabel respon dan variabel bebas dan merupakan suatu teknik statistik yang disebut dengan analisis regresi. Menurut Anselin (1988) di dalam suatu observasi yang mengandung informasi ruang dan spasial, maka analisis data tidak akan akurat jika hanya menggunakan analisis regresi sederhana. Dalam analisis regresi asumsi yang harus terpenuhi adalah antar pengamatan saling bebas (*independent*), sedangkan ada beberapa kasus sangat mungkin dipengaruhi oleh lokasi atau kondisi geografis wilayah pengamatan sehingga jika dianalisis menggunakan regresi maka kesimpulan yang diperoleh kurang tepat. Pemodelan yang menggunakan pengaruh daerah (area) atau pengaruh geografis (titik) disebut pemodelan spasial. Pemodelan pengaruh area dan titik pernah diteliti oleh Pratiwi *et al.* (2018a, 2018b) yang diaplikasikan pada data angka putus sekolah pada usia dasar. Anselin (1988) juga telah mengembangkan beberapa model spasial yang didasarkan atas teori ekonomi yang disebut ekonometrika spasial. Ekonometrika spasial adalah sebuah teknik estimasi inferensi guna mengetahui hubungan kausalitas antara satu variabel dengan variabel lain setelah memperhitungkan aspek kewilayahan/spasial (Pohan, 2019). Ditemukan bahwa ada dua jenis model ekonometrika spasial yang umum digunakan, terdiri dari *Spatial Autoregressive Model (SAR)*, *Spatial Error Model (SEM)*, dan model campuran antara SAR dan SEM. Model SAR memiliki dependensi nilai respon antar lokasi seperti  $y = \rho W_1 y + X\beta + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$  (Pramesti dan Indrasetyaningih, 2019). Rahmadeni (2020) dalam penelitiannya menggunakan model SAR untuk menunjukkan keterkaitan antara suatu daerah dengan daerah lain yang berdekatan dan juga menggambarkan seberapa besar pengaruh suatu variabel yang menjadi faktor penyebab meningkatnya kemiskinan terhadap angka kemiskinan tersebut.

## 2. METODE PENELITIAN

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah dari Dinas Kesehatan Provinsi Bali tahun 2020 (DinKes Provinsi Bali, 2021), serta peta tematik yang diperoleh dari Bappeda Provinsi Bali. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

- Variabel Respon : jumlah kasus diare disetiap kecamatan di Provinsi Bali (Y)
- Variabel Bebas : kepadatan penduduk ( $X_1$ ), jumlah sarana air minum ( $X_2$ ), dan jumlah sarana sanitasi ( $X_3$ )

### Tahapan Analisis

Tahapan analisis penelitian ini sebagai berikut:

- Melakukan deskripsi sebagai gambaran awal untuk mengetahui penyebarasn data kejadian diare di Provinsi Bali dengan menggunakan peta tematik
- Pemodelan variabel kejadian diare di Provinsi Bali dan faktor-faktor memengaruhinya. Langkah-langkahnya sebagai berikut.
  - Membuat matriks pembobot spasial
  - Memeriksa aspek spasial pada data yang digunakan
    - uji Moran's I untuk menguji dependensi spasial
    - Uji Lagrange Multiplier (LM) untuk Menyelidiki ada tidaknya kebergantungan spasial pada lag dengan menggunakan
    - Uji Breusch-Pagan untuk Menyelidiki ada tidaknya keragaman antar wilayah
  - Pemodelan Regresi Spasial kejadian diare digunakan untuk mengidentifikasi dependensi spasial yang lebih spesifik bila dalam pengujian aspek spasial diketahui terdapat efek spasial, maka dilanjutkan pada pemodelan SAR
  - Melakukan pemodelan SAR

### Model Regresi Spasial

Menurut Anselin (1988) bahwa model regresi yang melibatkan pengaruh spasial disebut model regresi spasial. Salah satu pengaruh spasial yaitu autokorelasi spasial, adanya unsur autokorelasi spasial mengakibatkan terbentuknya parameter spasial autoregresif dan *moving average* (Pratiwi *et al.*, 2018b), sehingga terbentuk proses spasial sebagai berikut:

$$y = \rho W_1 y + X\beta + u \quad (1)$$

$$u_t = \lambda W_2 u_{t-1} + \varepsilon \quad (2)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$$

sehingga model umum yang terbentuk adalah:

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \lambda W_2 u + \varepsilon \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \rho \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & W_{ij} & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} + \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & X_{ik} & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}_{n \times (p+1)} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}_{(p+1) \times 1} \\ + \lambda \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & W_{ij} & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}_{n \times 1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Persamaan (1) dan (2) untuk matriks  $W_1$  dan  $W_2$  merupakan pembobot yang menunjukkan hubungan *contiguity* atau fungsi jarak antarlokasi. Untuk  $i = j$  nilai  $W_{ij} = 0$ , dan untuk  $i \neq j$  nilai  $W_{ij} \neq 0$ , sehingga diagonalnya bernilai nol, di mana  $i=1,2,\dots,n$  dan  $j=1,2,\dots,n$  yang menunjukkan pengamatan.

Jika  $X = 0$  dan  $W_2 = 0$  pada Persamaan (1) akan menjadi *Spatial Autoregressive* order pertama seperti pada Persamaan (4).

$$y = \rho W_1 y + \varepsilon \tag{4}$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I).$$

Beberapa model yang dapat dibentuk pada persamaan (1) adalah sebagai berikut.

1. Jika  $W_2 = 0$  atau  $\lambda = 0$  akan menjadi *Spatial Autoregressive Model* (SAR) seperti pada persamaan (5).

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \varepsilon \tag{5}$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$$

### Pengujian Efek Spasial

Anselin (1988) menyatakan bahwa efek spasial dibedakan menjadi dua bagian yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial.

#### a. Pengujian Dependensi Spasial

Anselin (1988) menyatakan bahwa uji untuk mengetahui dependensi spasial di dalam *error* suatu model dengan menggunakan statistik *Moran's I*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$H_0 : I_M = 0 \text{ (tidak ada dependensi antarlokasi)}$$

$$H_1 : I_M \neq 0 \text{ (ada dependensi antarlokasi)}$$

Statistik uji yang digunakan dinyatakan pada persamaan sebagai berikut:

$$Z_{hitung} = \frac{I_M - I_{M0}}{\sqrt{var(I_M)}} \tag{6}$$

di mana :

$$I_M = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$E(I_M) = I_{M0} = -\frac{1}{n-1}$$

$$var(I_M) = \frac{n^2(n-1)S_1 - n(n-1)S_2 - 2S_0^2}{(n+1)(n-1)S_0^2}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^n (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad S_2 = \sum_{i=1}^n (w_{i0} + w_{0i})^2$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad w_{i0} = \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad w_{0i} = \sum_{j=1}^n w_{ji}$$

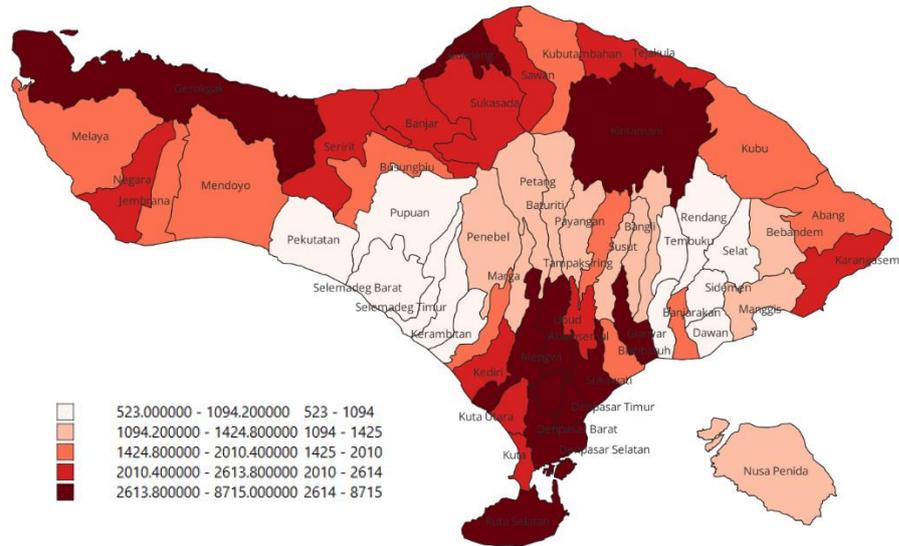
dengan  $x_i$  merupakan data ke- $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ),  $x_j$  merupakan data ke- $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\bar{x}$  merupakan rata-rata data,  $var(I_M)$  merupakan varians Moran's I,  $E(I_M)$  merupakan *expected value* Moran's I.

Jika  $|z_{hitung}| > z_{\alpha/2}$  maka keputusan diambil adalah menolak  $H_0$ . Nilai dari indeks  $I_M$  adalah antara -1 dan 1, jika  $I_M > I_{M0}$  maka data memiliki autokorelasi positif, jika  $I_M < I_{M0}$  maka data memiliki autokorelasi negatif.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

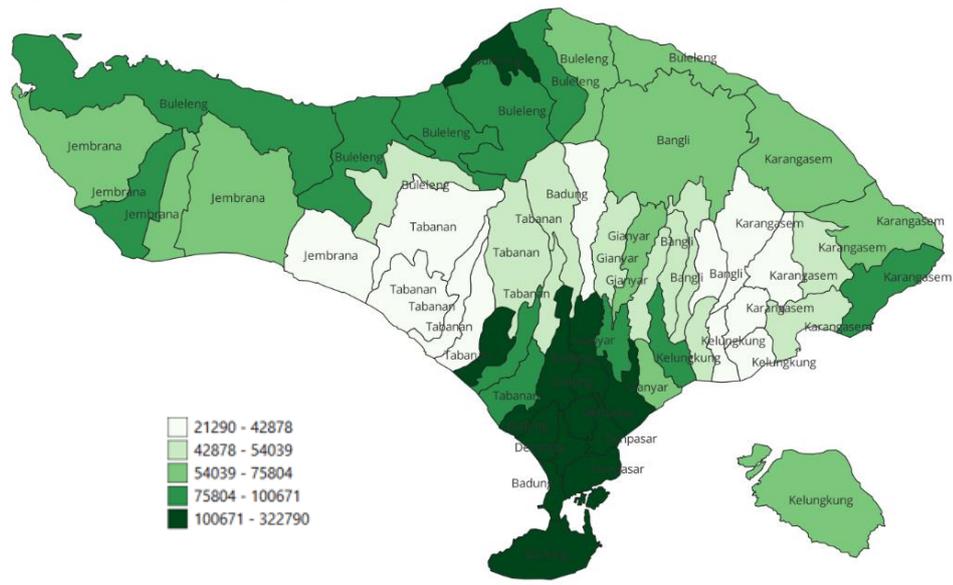
Gambar 1 menunjukkan persebaran kejadian diare di Provinsi Bali pada tahun 2021. Berdasarkan Gambar 1 dapat diketahui warna lokasi yang semakin gelap, maka kejadian diare di Provinsi Bali semakin tinggi. Terlihat bahwa kecamatan dengan kategori kejadian diare sangat tinggi (2614—8715) terletak pada daerah Gianyar, Gerogak, Kintamani, Sukawati, Abiansemal, Buleleng, Kuta Selatan, Mengwi, Denpasar Timur, Denpasar Utara, Denpasar Barat, Denpasar Selatan.

Kategori kejadian diare sangat rendah (523-1094) terdapat pada Kecamatan Selemadeg Barat, Selemadeg, Selemadeg Timur, Pekutatatn, Tembuku, Sidemen, Dawan, Kerambitan, Pupuan, Selat, Banjarangkan, dan Rendang



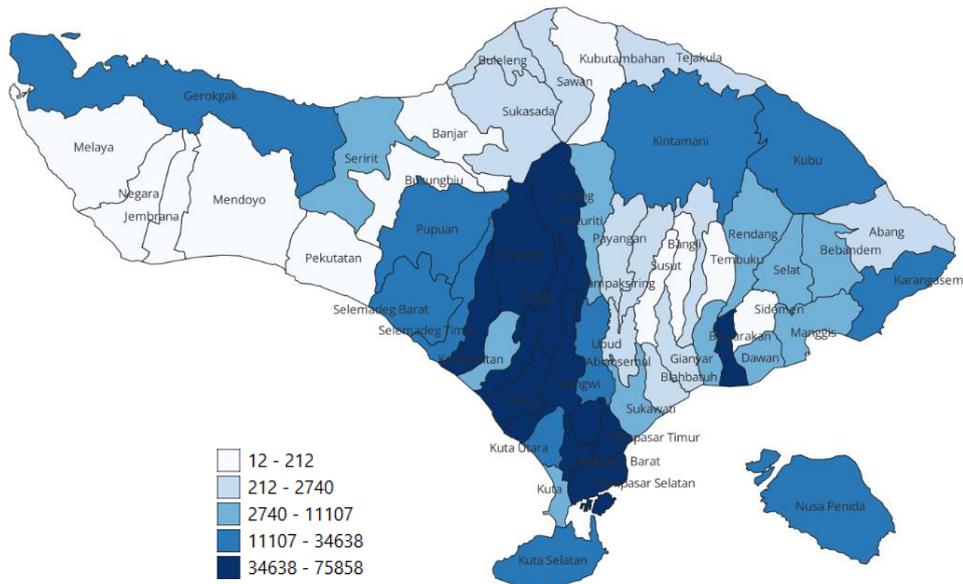
Gambar 1. Persebaran Kejadian Diare

Gambar 2. merupakan gambar persebaran kepadatan penduduk ( $X_1$ ) di Provinsi Bali Tahun 2021. Wilayah kategori kepadatan penduduk sangat rendah dengan rentang (21290-42878) yaitu Kecamatan Selemadeg Barat, Selemadeg, Selemadeg Timur, Pekutatatan, Tembuku, Petang, Sidemen, Selat, Rendang, Dawan, Kerambitan, dan Pupuan. Sedangkan kategori Sangat tinggi rentang (100671-322790) yaitu Kecamatan Abiansemal, Kuta, Sukawati, Kuta Utara, Mengwi, Buleleng, Kuta Selatan, Denpasar Timur, Denpasar Utara, Denpasar Barat, dan Denpasar Selatan.



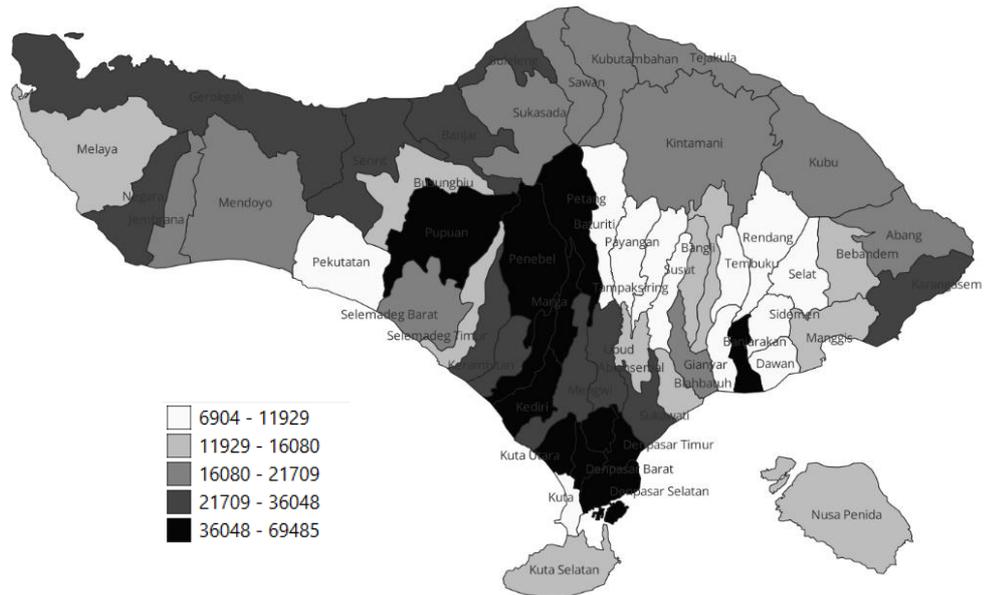
Gambar 2. Persebaran Kepadatan Penduduk

Gambar 3. Menunjukkan persebaran jumlah sarana air minum di Provinsi Bali, dengan wilayah kategori sangat rendah (12-212) yaitu Kecamatan Melaya, Banjar, Jembrana, Negara, Tembuku, Mendoyo, Sidemen, Susut, Busungbiu, Tampaksiring, Pekutatatan, dan Kubutambahan. Sedangkan kategori Sangat tinggi (34638-75858) yaitu Kecamatan Selemadeg Timur, Denpasar Selatan, Kerambitan, Marga, Baturiti, Denpasar Barat, Denpasar Utara, Denpasar Timur, Penebel, Mengwi, Tabanan, dan Kediri.



Gambar 3. Persebaran Sarana Air Minum

Gambar 4. Merupakan peta persebaran jumlah sarana sanitasi di Provinsi Bali, dimana kategori sangat rendah dengan rentang (6904-11929) yaitu Kecamatan Sidemen, Pekutatatan, Petang, Tegallalang, Payangan, Kuta, Selat, Rendang, Dawan, Banjarangkan, Tembuku, dan Tampaksiring. Sedangkan kategori Sangat tinggi (36048-69485) wilayah yang berada di rentang tersebut ialah Kecamatan Baturiti, Kerambitan, Pupuan, Denpasar Selatan, Marga, Penebel, Denpasar Utara, Kuta Utara, Denpasar Barat, Denpasar Timur, Tabanan, dan Kediri.



Gambar 4. Persebaran Sarana Sanitasi

### Pengujian Efek Spasial

Pengujian efek spasial dilakukan untuk mengetahui apakah ada kebergantungan spasial, dependensi spasial, dan heterogenitas spasial, dengan melihat nilai *lagrange multiplier* (LM), Uji Moran's I, dan Uji

Breusch-Pagan. Uji ini dilakukan untuk mengetahui apakah data sesuai atau layak dilakukan analisis *Spatial* Hal ini penting dilakukan untuk menentukan tindakan selanjutnya,

Uji Kebergantungan Spasial

Hasil Uji Kebergantungan Spasial berdasarkan hasil LM pada *output* geoda seperti berikut:

Tabel 1. Hasil Diagnostik Dependensi Spasial

Uji Spatial Dependence	<i>p-value</i>
Lagrange Multiplier SAR (lag)	0,0456*

Keterangan: \*) signifikan pada  $\alpha = 5\%$

Dari tabel 1 diperoleh nilai *p-value* < 0,05 sehingga keputusan yang diambil adalah menolak  $H_0$  yang berarti terdapat kebergantungan spasial antar kecamatan, Sedangkan untuk Uji Moran's I untuk mengetahui autokorelasi dengan nilai sebagai berikut

Tabel 2. Uji Autokorelasi dengan Uji Moran's I

Variabel	Moran's I	<i>Z<sub>hitung</sub></i>
Y	0,14324	2,2007*
X <sub>1</sub>	0,19355	-3,7154*
X <sub>2</sub>	0,27413	2,8790*
X <sub>3</sub>	0,04898	3,1903*
<i>I<sub>0</sub></i> = -0,0243		
<i>Z<sub>0,025</sub></i> = 1,96		

Berdasarkan hasil pengujian dengan tingkat signifikansi 5% (Tabel 2) terdapat dependensi pada tiga variabel, yaitu kepadatan penduduk (X<sub>1</sub>), jumlah sarana air minum (X<sub>2</sub>), dan jumlah sarana sanitasi (X<sub>3</sub>). Ketiga variabel tersebut memiliki nilai Moran's I lebih besar dari  $I_{MO} = -0,0243$  menunjukkan pola data mengelompok dan memiliki kesamaan karakteristik pada lokasi yang berdekatan. Sedangkan dari nilai |*Z<sub>hitung</sub>*| menunjukkan bahwa nilai *Z<sub>hitung</sub>* semua variabel lebih besar dari nilai  $Z_{0,025} = 1,96$ , sehingga keputusan yang diambil adalah menolak  $H_0$ , yang mengindikasikan bahwa variabel y, X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, signifikan. Hal ini berarti terdapat autokorelasi antar kecamatan

Tabel 3. Uji Heterogenitas Spasial

Uji	Nilai	Prob.
Breusch-Pagan Test	5,087	0,042

Pada pengujian heterogenitas spasial (Tabel 3), diperoleh nilai *Breusch-Pagan test* sebesar 5,087 dan *p-value* sebesar 0,042. Nilai *p-value* yang dihasilkan kurang dari  $\alpha = 5\%$ , sehingga keputusan yang diambil adalah tolak  $H_0$ , ini mengakibatkan adanya keragaman spasial antar kecamatan.

Ketiga pengujian efek spasial di atas menghasilkan nilai bahwa ketiga pengujian tersebut terdapat efek spasial, maka selanjutnya akan dilakukan pemodelan dengan menggunakan metode *Spatial Autoregressive (SAR)*

**Analisis *Spatial Autoregressive (SAR)***

Pada metode SAR untuk menentukan variable signifikan atau tidaknya dilakukan uji parsial dengan rumusan hipotesis:

$H_0$ :  $\beta_i = 0$ ;  $i = 0, 1, 2, 3$  (koefisien tidak signifikan dalam model)

$H_1$ : Ada salah satu  $\beta_i \neq 0$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$  (koefisien signifikan dalam model)

Tabel 4 Hasil pendugaan dan pengujian parameter untuk model SAR

Parameter	Coeff	p-value
$\beta_0$	76,45	0,066
$\beta_1$	0,386	0,117
$\beta_2$	-1,203	0,023*
$\beta_3$	0,021	0,103
$\rho$	-0,43	0,028*
R <sup>2</sup>	95,34%	
AIC	350.561	

\*) signifikan pada  $\alpha=5\%$

Pemodelan dengan metode spasial berbasis area yang digunakan adalah model SAR. Sehingga model dari metode SAR yang terbentuk adalah:

$$\hat{y}_i = -0,43 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + 76,45 + 0,386 X_1 + 1,302 X_2 + 0,011 X_3$$

Model tersebut menjelaskan bahwa apabila kepadatan penduduk ( $X_1$ ) bertambah sebanyak satu satuan kejadian diare akan bertambah sebanyak 0,386 satuan dengan asumsi variabel yang lain konstan. Apabila sarana air minum ( $X_2$ ) bertambah sebanyak satu satuan maka kejadian diare akan berkurang sebanyak 1,203 satuan dengan asumsi variabel yang lain konstan. Begitu juga interpretasi pada masing-masing variabel prediktor yang lain. Nilai *p-value* untuk  $\rho$  sebesar 0,028 yang berarti bahwa adanya dependensi spasial lag pada variabel kejadian diare dan  $\sum_{j=1}^n w_{ij}$  menunjukkan adanya pengaruh letak kecamatan yang berdekatan (*i*) dengan kecamatan yang diamati (*j*) terhadap kejadian diare. Nilai R<sup>2</sup> yang dihasilkan sebesar 95,34% menjelaskan besarnya variansi dari kejadian diare yang dapat dijelaskan oleh model.

#### 4. KESIMPULAN

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah data yang digunakan dalam pemodelan memenuhi aspek spasial sehingga dilakukan pemodelan dengan spasial SAR dengan nilai R<sup>2</sup> yang dihasilkan sebesar 95,34% menjelaskan besarnya variansi dari kejadian diare yang dapat dijelaskan oleh model.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Dinas Kesehatan Provinsi Bali. (2021). Profil Kesehatan Provinsi Bali Tahun 2020. Bali: Dinas Kesehatan Provinsi Bali
- Pohan, H. M. (2019). *Mengenal Ekonometrika Spasial : Sebuah Kajian Literatur*, Artikel Ilmiah, Program Sarjana Ekonomi Pembangunan, Unpar
- Pratiwi, L.P. S., Hanief, S., dan Suniantara, I. K. P. (2018a). Pemodelan Angka Putus Sekolah Usia Pendidikan Dasar Dengan Metode Spasial *Geographically Weighted Regression*, *Seminar Nasional Sistem Informasi dan Teknologi Informasi 2018 SENSITEK 2018 STMIK Pontianak*, 12 Juli 2018.
- Pratiwi, L.P. S., Hanief, S., dan Suniantara, I. K. P. (2018b). *Pemodelan Menggunakan Metode Spasial Durbin Model untuk data angka Putus Sekolah Usia Pendidikan Dasar*. *Jurnal Varian* Vol.2 No.1 oktober 2018.
- Pramesti, W. dan Indrasetianingsih, A. (2019). Analisis Regresi Spatial Error Model Untuk Mengetahui Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Jawa Timur, *SNHRP-II : Seminar Nasional Hasil Riset dan Pengabdian, Ke-II*.
- Rahmadeni, (2020). *Model Spatial Autoregressive (SAR) pada Tingkat Kemiskinan ( Studi Kasus : Provinsi Riau )*, *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol. 6, No. 2