

# Pemodelan Matematika SIR dengan Pengaruh Vaksinasi pada Penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan

Muhammad Rifandi<sup>1</sup>, Muhammad Abdy\*<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universitas Sulawesi Barat

<sup>2</sup>Universitas Negeri Makassar

e-mail: [muh.abdy@unm.ac.id](mailto:muh.abdy@unm.ac.id)

## Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menyusun model SIR pada penyebaran COVID-19 dengan pengaruh vaksinasi, analisis kestabilan dan simulasi model SIR pada penyebaran COVID-19 di Sulawesi Selatan. Metode yang digunakan untuk membangun model adalah model persamaan diferensial dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi sebagai parameter, analisis model menggunakan metode matrix next generation untuk menentukan bilangan reproduksi dasar dan kestabilan model penyebaran COVID-19. Simulasi model numerik menggunakan data sekunder jumlah kasus COVID-19 di Sulawesi Selatan. Hasil yang diperoleh adalah Analisis model memberikan bukti kestabilan titik kesetimbangan. Berdasarkan hasil yang diperoleh juga dapat dilihat bahwa vaksinasi sangat berpengaruh terhadap penyebaran covid-19, sehingga diperlukan adanya kesadaran bagi masyarakat Sulawesi Selatan untuk mengikuti anjuran pemerintah agar melakukan vaksinasi hingga tiga kali guna mencegah atau menurunkan laju penularan covid-19. Berdasarkan hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar, diperoleh  $R_0 = 0.653784$  sehingga dapat dikatakan bahwa keadaan penularan penyakit covid-19 di Provinsi Sulawesi Selatan sudah terkendali.

**Kata Kunci** – SIR Model, Vaksinasi, Kestabilan

## 1. PENDAHULUAN

Pandemi COVID-19 merupakan salah satu infeksi penyakit yang sangat darurat dimana terjadi pertama kali pada bulan Desember 2019 di China dan dengan cepat menyebar ke negara lain. Coronavirus (CoV) adalah keluarga virus zoonosis, yaitu virus yang menular ke manusia melalui hewan dan mengakibatkan tanda-tanda penyakit mulai dari flu sampai penyakit yang lebih serius seperti *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) yang menular ke manusia melalui unta dan *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS) yang menular ke manusia melalui musang. Beberapa virus corona yang diketahui belum menginfeksi manusia beredar di beberapa hewan. Jenis virus corona baru adalah jenis SARS-CoV-2 dimana menyebabkan gejala pernapasan, demam, batuk, dan sesak nafas (Alam, M.F & Abadi, 2021). Menurut *Center for Disease Control and Prevention* (CDC), virus ini menyebar melalui kontak langsung, kontak tidak langsung, dan melalui droplet yaitu melalui batuk dan bersin penderita dalam jarak dekat (Rundle *et al*, 2020). Masalah pernafasan akut seperti batuk, sesak nafas dan demam merupakan gejala dan tanda umum infeksi Covid-19, dimana gejala parah dapat mengakibatkan pneumonia bahkan sampai kematian (Kemenkes RI, 2020).

Jumlah kasus infeksi virus corona penyebab Covid-19 masih terus mengalami peningkatan di berbagai belahan dunia. Laju peningkatan, baik untuk jumlah kasus terinfeksi, kematian, maupun kesembuhan, berbeda-beda di setiap wilayah. Setiap negara juga memiliki kebijakan tersendiri untuk menahan penyebaran virus yang terjadi di wilayahnya. Menurut data yang dikumpulkan oleh John Hopkins University, hingga tanggal 9 Februari 2023, total jumlah kasus Covid-19 di seluruh dunia telah mencapai 672,355,299 kasus, dengan 6,849,254 kematian, dan 5,089,029,612 orang telah menerima vaksin. Jumlah kasus terbanyak masih tercatat di USA, yaitu 102,486,294 kasus, disusul India dengan 44,684,973 kasus, dan Perancis sebanyak 38,510,108 kasus. Dari sisi jumlah yang telah menerima vaksin, jumlah terbesar ada di China, yaitu sebanyak 1,276,517,000 orang atau sekitar 91% dari populasi penduduknya.

Semakin meningkatnya jumlah kasus dan berkembangnya varian baru virus Covid-19 secara global termasuk wilayah Sulawesi Selatan membuat fasilitas pelayanan kesehatan rumah sakit sebagai tempat perawatan pasien terinfeksi Covid-19 menjadi tempat yang berisiko tinggi terhadap penularan Covid-19 baik bagi

tenaga kesehatan maupun bagi pengunjung dan pasien yang sedang di rawat di RS. Tenaga kesehatan sebagai garda terdepan pemberi pelayanan kepada pasien Covid-19 berisiko tinggi tertular Covid-19 mulai dari mengalami gejala ringan sampai dengan kematian (Wahyuni, 2022). Dalam upaya melaksanakan pencegahan penularan COVID-19, Kemenkes mengeluarkan Surat Edaran Nomor HK.02.01/MENKES/199/2020 yaitu himbauan yang harus dipatuhi semua kalangan masyarakat. Selain himbauan pemerintah, dalam upaya meningkatkan kepatuhan protokol kesehatan, perlu juga memperhatikan faktor-faktor yang mempengaruhi kepatuhan COVID-19 antara lain: sikap, motivasi, pengetahuan, usia, pendidikan, lingkungan sosial, dan ketersediaan sarana (Tanto & Handayani, 2022).

Pemodelan matematika SIR, SIRS, SEIR dan SEIRS pada penularan penyakit seperti demam berdarah, tuberculosis, diabetes, HIV-AIDS telah dilakukan oleh (O. Egonmwanl & D. Okuonghae1, 2018) (Abdy *et al*, 2021) (Abdy & Maryam, 2022) (Ramadhani, 2022) (B. Tang *et al*, 2020) (O. Diekmann *et al*, 2010) (Dontwi *et al*, 2014) (Spencer *et al*, 2020) (Rusliza & Harun Budin, 2012) (Ofosuhene *et al*, 2017) (Elif *et al*, 2011) (Rangkuti *et al*, 2014) (Rosdiana, 2015), kemudian pemodelan matematika pada penyebaran COVID-19 telah dilakukan oleh Annas *et al* (2020) dan Side (2015) yaitu pemodelan matematika SEIR untuk wilayah Sulawesi Selatan dan pemodelan matematika SEIRV di wilayah Wuhan, China dengan mempertimbangkan faktor lingkungan, sedangkan analisis dan simulasi model menggunakan data jumlah kasus COVID-19 di Wuhan.

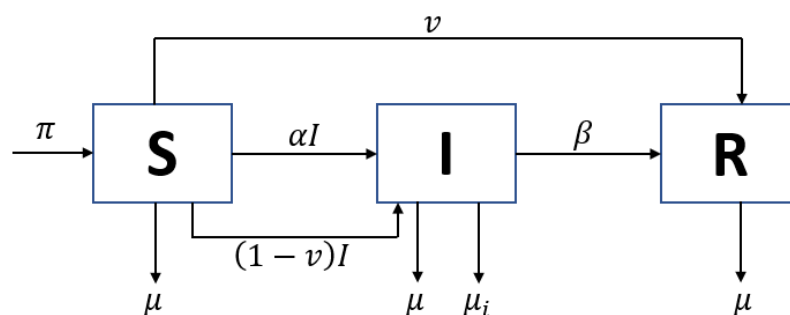
## 2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan untuk membangun model adalah model SIR dengan mempertimbangkan pengaruh vaksinasi sebagai variable kontrol. Analisis model menggunakan metode matriks generasi untuk mendapatkan bilangan reproduksi dasar dan stabilitas model SIR untuk penyebaran COVID-19. Simulasi numerik model menggunakan data jumlah kasus COVID-19 di Sulawesi Selatan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Formulasi Model SIR pada penyebaran COVID-19

Model SIR pada penyebaran COVID-19 di Sulawesi Selatan dibagi menjadi empat sub-populasi yaitu *Suscepted* (*S*), *Infected* (*I*), and *Recovered* (*R*). Individu yang rentan tertular covid-19 dapat terinfeksi karena adanya interaksi dengan individu yang terlebih dahulu terinfeksi. Perubahan yang terjadi pada setiap sub-populasi manusia pada kasus penularan Covid-19 menggunakan model SIR dapat ditafsirkan dalam bentuk Gambar berikut:



Gambar 1. Skema Model SIR penyebaran Covid-19

Variabel dan parameter yang digunakan pada model SIR penyebaran Covid-19 dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Variabel dan parameter yang digunakan pada model SIR penyebaran Covid-19

Parameter	Keterangan
$\pi$	Laju kelahiran
$\alpha$	Laju perpindahan dari populasi manusia yang rentan ( <i>susceptible</i> ) untuk COVID-19 ke populasi yang terinfeksi ( <i>infection</i> ) Covid-19
$\beta$	Laju perubahan dari populasi manusia yang terinfeksi ( <i>infection</i> ) COVID-19 ke populasi yang sembuh ( <i>recovered</i> ) dari Covid-19
$\mu$	Laju kematian alami
$\mu_i$	Laju kematian karena covid-19
$V$	Vaksinasi
$S$	Populasi yang rentan ( <i>susceptible</i> ) terinfeksi Covid-19
$I$	Populasi yang terinfeksi ( <i>infection</i> ) Covid-19
$R$	Populasi yang telah sembuh ( <i>recovered</i> ) dari Covid-19

Berdasarkan skema model epidemi SIR kasus penyebaran Covid-19 pada Gambar 1, maka laju perubahan jumlah individu pada setiap sub-populasi dapat ditafsirkan seperti pada persamaan (1) – (3)

$$\frac{dS}{dt} = \pi - ((1 - v)I + \alpha I + v + \mu)S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha SI + (1 - v)SI - (\beta + \mu_i + \mu)I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I + vS - \mu R \quad (3)$$

### 3.2 Titik Kesetimbangan Model SIR

#### 3.2.1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Untuk menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit maka setiap persamaan pada persamaan (1)-(3), harus sama dengan nol, yaitu  $\frac{dS}{dt} = 0$ ,  $\frac{dI}{dt} = 0$ , dan  $\frac{dR}{dt} = 0$ , sehingga diperoleh persamaan (4) – (6)

$$0 = \pi - ((1 - v)I + \alpha I + v + \mu)S \quad (4)$$

$$0 = \alpha SI + (1 - v)SI - (\beta + \mu_i + \mu)I \quad (5)$$

$$0 = \beta I + vS - \mu R \quad (6)$$

Selanjutnya dengan menggunakan metode substitusi sederhana akan ditentukan nilai S, I, dan R untuk titik kesetimbangan bebas penyakit model SIR.

Titik keseimbangan bebas penyakit merupakan keadaan dimana tidak terjadi penyebaran COVID-19, yaitu  $I = 0$ . Dengan manipulasi aljabar pada persamaan (4)-(6) maka diperoleh persamaan (7)-(9) berikut:

$$S = \frac{\pi}{(1-v)I + \alpha I + v + \mu} \quad (7)$$

$$I = \frac{\alpha SI + (1-v)SI}{\beta + \mu_i + \mu} \quad (8)$$

$$R = \frac{\beta I + vS}{\mu} \quad (9)$$

Dengan melakukan substitusi pada persamaan (7)-(9) dengan terlebih dahulu menentukan nilai  $I = 0$  maka diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit model SIR penyebaran Covid-19 yaitu

$$(S, I, R) = \left( \frac{\pi}{v + \mu}, 0, \frac{v\pi}{\mu(v + \mu)} \right) \quad (10)$$

#### 3.2.2 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar dapat dicari dengan menggunakan metode *next generation matrix*. Matriks ini dibentuk dengan memperhatikan bagian positif dan bagian negatif pada laju penularan populasi terinfeksi yaitu populasi *infected*.

$$NGM = T\Sigma^{-1} \quad (11)$$

Berdasarkan sistem persamaan (2), maka:

$$T = \alpha SI + (1 - v)SI$$

$$\Sigma = (\beta + \mu_i + \mu)I$$

Sehingga diperoleh

$$T = [\alpha S + (1 - v)S]$$

$$\Sigma = [\beta + \mu_i + \mu]$$

(12)

Maka didapatkan invers dari matriks persamaan (12) yaitu

$$\Sigma^{-1} = \left[ \frac{1}{\beta + \mu_i + \mu} \right]$$

(13)

Selanjutnya dilakukan perkalian antara  $T\Sigma^{-1}$ , diperoleh

$$NGM = (\alpha S + (1 - v)S) \left( \frac{1}{\beta + \mu_i + \mu} \right) = \frac{\alpha S + (1 - v)S}{\beta + \mu_i + \mu}$$

Dengan melakukan substitusi titik kesetimbangan bebas penyakit ke NGM, diperoleh

$$NGM = \left( \frac{\alpha + 1 - v}{\beta + \mu_i + \mu} \right) \left( \frac{\pi}{v + \mu} \right) = \frac{\pi(\alpha + 1 - v)}{(v + \mu)(\beta + \mu_i + \mu)}$$

(14)

Maka diperoleh bilangan reproduksi dasar, yaitu

$$R_0 = \frac{\pi(\alpha + 1 - v)}{(v + \mu)(\beta + \mu_i + \mu)}$$

(15)

### 3.2.3 Titik Kesetimbangan Endemik

Dengan melakukan substitusi persamaan (15) ke persamaan (7) – (9), diperoleh

$$S = \frac{\pi}{(1 - v)I + \alpha I + v + \mu}$$

(16)

$$I = \frac{R_0(v + \mu)SI}{\pi}$$

(17)

$$R = \frac{\beta I + vS}{\mu}$$

(18)

Berdasarkan persamaan (17) diperoleh

$$S = \frac{\pi}{R_0(v + \mu)}$$

(19)

Substitusi persamaan (19) ke persamaan (16), maka didapatkan

$$(1 - v)I + \alpha I = R_0(v + \mu) - (v + \mu)$$

(20)

$$I = \frac{R_0(v + \mu) - (v + \mu)}{1 - v + \alpha}$$

$$I = \frac{(v + \mu)(R_0 - 1)}{1 - v + \alpha}$$

(21)

Selanjutnya substitusi persamaan (19) dan persamaan (21) ke persamaan (18), diperoleh:

$$R = \frac{\beta \left( \frac{(v + \mu)(R_0 - 1)}{1 - v + \alpha} \right) + v \left( \frac{\pi}{R_0(v + \mu)} \right)}{\mu}$$

$$= \frac{\beta(v + \mu)^2 R_0(R_0 - 1) + v\pi(1 - v + \alpha)}{\mu(v + \mu)(1 - v + \alpha)R_0}$$

(22)

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan endemik

$$(S, I, R) = \left( \frac{\pi}{R_0(v + \mu)}, \frac{(v + \mu)(R_0 - 1)}{1 - v + \alpha}, \frac{\beta(v + \mu)^2 R_0(R_0 - 1) + v\pi(1 - v + \alpha)}{\mu(v + \mu)(1 - v + \alpha)R_0} \right)$$

(23)

### 3.2.4 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Berdasarkan persamaan (1) - (4) dapat dibentuk matriks jacobian ( $J$ ) berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -((1 - v)I + \alpha I + v + \mu) & ((1 - v) + \alpha)S & 0 \\ -(\alpha + 1 - v)I & (\alpha + 1 - v)S - (\beta + \mu_i + \mu) & 0 \\ v & \beta & -\mu \end{bmatrix} \quad (24)$$

#### **Teorema 1**

Titik kesetimbangan bebas penyakit model matematika penyebaran Covid-19 dikatakan stabil jika  $R_0 \leq 1$  dan tidak stabil jika  $R_0 > 1$ .

Bukti :

Substitusi titik kesetimbangan bebas penyakit ke matriks  $J$ , sehingga diperoleh matriks

$$J = \begin{bmatrix} v + \mu & \frac{\pi(1-v+\alpha)}{v+\mu} & 0 \\ 0 & \frac{\pi(\alpha+1-v)}{v+\mu} - (\beta + \mu_i + \mu) & 0 \\ v & \beta & -\mu \end{bmatrix} \quad (25)$$

Kemudian dicari nilai eigen dari matriks (25):

$$|\lambda I - J| = 0$$

$$|\lambda I - J| = \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v + \mu & \frac{\pi(1-v+\alpha)}{v+\mu} & 0 \\ 0 & \frac{\pi(\alpha+1-v)}{v+\mu} - (\beta + \mu_i + \mu) & 0 \\ v & \beta & -\mu \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda + (v + \mu) & -\frac{\pi(1-v+\alpha)}{v+\mu} & 0 \\ 0 & \lambda - \frac{\pi(\alpha+1-v)}{v+\mu} + (\beta + \mu_i + \mu) & 0 \\ -v & -\beta & \lambda + \mu \end{vmatrix} = 0 \quad (26)$$

Selanjutnya substitusi S pada persamaan (25) sehingga diperoleh

$$0 = (\lambda + v + \mu) \left( \lambda - \frac{\pi(\alpha+1-v)}{v+\mu} + \beta + \mu_i + \mu \right) (\lambda + \mu) \quad (27)$$

Sehingga diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = -(v + \mu) \quad (28)$$

$$\lambda_2 = -\left( \beta + \mu_i + \mu - \frac{\pi(\alpha+1-v)}{v+\mu} \right) \quad (29)$$

$$\lambda_3 = -\mu \quad (30)$$

Karena  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$  maka dapat dikatakan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik. ■

### Teorema 2

Titik kesetimbangan *endemik* model matematika penyebaran Covid-19 stabil *asimtotik*.

Bukti:

Titik kesetimbangan *endemik* berlaku untuk  $I \neq 0$ , maka berdasarkan matriks  $J$  pada persamaan (24), diperoleh matriks:

$$J = \begin{bmatrix} -R_0 & \beta + \mu_i + \mu & 0 \\ -(v + \mu)(R_0 - 1) & 0 & 0 \\ v & \beta & -\mu \end{bmatrix} \quad (31)$$

Nilai eigen diperoleh sebagai berikut:

$$|\lambda I - J| = 0$$

$$\left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -R_0 & \beta + \mu_i + \mu & 0 \\ -(v + \mu)(R_0 - 1) & 0 & 0 \\ v & \beta & -\mu \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda + R_0 & -(\beta + \mu_i + \mu) & 0 \\ (v + \mu)(R_0 - 1) & \lambda & 0 \\ -v & -\beta & \lambda + \mu \end{vmatrix} = 0$$

Diperoleh

$$0 = (\lambda + \mu)[(\lambda + R_0)(\lambda) + (v + \mu)(\beta + \mu_i + \mu)(R_0 - 1)] \quad (32)$$

Berdasarkan aturan tanda descartes maka dapat dikatakan bahwa persamaan karakteristik (32) memiliki nilai negatif untuk semua solusi yang ada atau  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$ . Sehingga dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan endemik model SIR penyebaran Covid-19 dengan pengaruh vaksinasi stabil asimtotik. ■

### 3.3 Simulasi Model Matematika SEIR Penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan

Simulasi model Matematika SEIR Penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan dilakukan menggunakan *software* Maple. Nilai awal  $S(0)$ ,  $I(0)$ ,  $R(0)$  dan nilai parameter dari model yang digunakan dalam simulasi ini disajikan pada Tabel 2 dan Tabel 3.

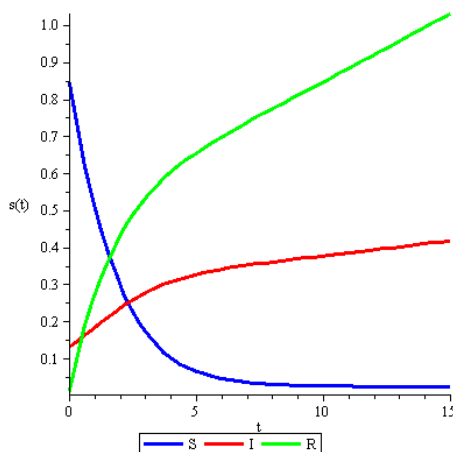
Tabel 2. Nilai Awal Model SIR Covid-19 Sulawesi Selatan

Variabel	Nilai	Sumber
$S$	0.846	Kemendes 2022
$I$	0.130	Kemendes 2022
$R$	0.012	Kemendes 2022

Tabel 3. Nilai parameter Model SIR Covid-19 Sulawesi Selatan

Parameter	Nilai	Sumber
$\pi$	0.0188	[9]
$\alpha$	0.4	[9]
$\nu$	0.233	[9]
$\beta$	0.075	[8]
$\mu$	0.002	[8]
$\mu_i$	0.0035	Covid19.go.id

Berdasarkan nilai variabel dan parameter pada Tabel 2 dan 3, maka diperoleh hasil simulasi seperti yang ditampilkan pada gambar 2



Gambar 2. Grafik hasil simulasi Model SIR penyebaran Covid 19

Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa jumlah individu yang sembuh atau kebal terhadap Covid-19 makin meningkat seiring waktu dan melebihi jumlah susceptible yang terlihat semakin menurun dengan bertambahnya waktu. Meskipun terlihat pula bahwa kelompok individu terinfeksi makin meningkat secara perlahan namun laju kesembuhan yang tinggi membuat jumlah kelompok individu yang terinfeksi tetap berada dibawah jumlah individu yang kebal atau sembuh dari penyakit Covid 19

### 3.4 Pembahasan

Model SIR dan SEIR membangun model penularan Tuberculosis (TB), melakukan analisis dan memprediksi jumlah kasus TB di Sulawesi Selatan (Abdy *et al*, 2021) (Abdy & Maryam, 2022) (Ramadhani, 2022) (Elif *et al*, 2011). Kemudian Rangkuti *et al* (2014) membangun model penularan Demam Berdarah (DBD), melakukan analisis dan memprediksi jumlah kasus Demam Berdarah di Sulawesi Selatan. Model SEIR ini tidak mempertimbangkan pengaruh vaksin saat melakukan analisis pada model SIR penyebaran

Covid-19, sedangkan hasil penelitian ini membangun model penyebaran COVID-19 dengan mempertimbangkan pengaruh vaksinasi pada populasi COVID-19 di Sulawesi Selatan. Hasil Simulasi model SIR pada penyebaran COVID-19 memberikan informasi dan prediksi jumlah kasus COVID-19 di Sulawesi Selatan sehingga hasil simulasi ini sangat membantu dalam meningkatkan kemampuan strategi dalam mengawal dan mengontrol jumlah kasus penyebaran COVID-19.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, disimpulkan bahwa model SIR dengan pengaruh vaksinasi dapat menjadi acuan untuk melihat penyebaran COVID-19 di Sulawesi Selatan. Analisis model memberikan bukti bahwa model yang diperoleh memiliki titik kesetimbangan yang stabil. Berdasarkan hasil yang diperoleh juga dapat dilihat bahwa vaksinasi sangat berpengaruh terhadap penyebaran covid-19 di Sulawesi Selatan, sehingga diperlukan adanya kesadaran bagi masyarakat Sulawesi Selatan untuk mengikuti anjuran pemerintah agar melakukan vaksinasi guna mencegah atau menurunkan laju penularan covid-19 di Sulawesi Selatan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Alam, M.F. dan Abadi. (2021). Model Matematika Penularan Penyakit Covid-19 dengan Penerapan Vaksinasi Dua Dosis: Studi Kasus Di Sidoarjo, Sulawesi Selatan. *Jurnal Ilmiah Matematika MATHUnesa*. 9 (1). 501-513. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v9n3.p501-513>
- Rundle, C. W., Presley, C. L., MiliteIlo, M., Barber, C., PoweII, D. L., Jacob, S. E., Atwater, A. R., Watsky, K. L., Yu, J., & Dunnick, C. A. (2020). Hand hygiene during COVID-19: Recommendations from the American Contact Dermatitis Society. *Journal of the American Academy of Dermatology*, 83(6), 1730–1737. <https://doi.org/10.1016/j.jaad.2020.07.057>
- Kemendes RI. (2020). *Pedoman Pencegahan Dan Pengendalian Coronavirus Disease (Covid-19)*. Kemendes RI.
- Annas, S., Side, S., Pratama, M.I., Rifandi, M., Sanusi, W. 2020. Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model for Pandemic COVID-19 Spread in Sulawesi Selatan. *Journal: Chaos, Solitons & Fractals*, 139, 110072. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110072>
- Wahyuni, W., & Kurniawidjaja, M. (2022). Kepatuhan perilaku cuci tangan tenaga kesehatan pada masa pandemi covid-19: A systematic review. *PREPOTIF: Jurnal Kesehatan Masyarakat*, 6(1), 268-277.
- Tanto, T., & Handayani, H. (2022). Literature Review: Determinan Kepatuhan Terhadap Protokol Kesehatan COVID-19 di Indonesia. *Jurnal Ilmu Kesehatan Masyarakat*, 11(02), 127-136.
- Egonmwan, A. O., & Okuonghae, D. (2019). Analysis of a mathematical model for tuberculosis with diagnosis. *Journal of applied mathematics and computing*, 59, 129-162.
- Abdy, M., Side, S., Annas, S., Nur, W., & Sanusi, W. (2021). An SIR epidemic model for COVID-19 spread with fuzzy parameter: the case of Indonesia. *Advances in difference equations*, 2021, 1-17. <https://doi.org/10.1186/s13662-021-03263-6>
- Abdy, M. (2022). Pemodelan Matematika S-IAS-SI pada Penyebaran Penyakit Malaria Asimtomatik dan Super Infeksi. *SAINTIFIK*, 8(1), 1-9. <https://doi.org/10.31605/saintifik.v8i1.360>
- Ramadhani, S. E. (2021). MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PENGARUH PENGOBATAN. *MATHUnesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(1), 141-152.

- Tang, B., Wang, X., Li, Q., Bragazzi, N. L., Tang, S., Xiao, Y., & Wu, J. (2020). Estimation of the transmission risk of the 2019-nCoV and its implication for public health interventions. *Journal of clinical medicine*, 9(2), 462.
- Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., & Roberts, M. G. (2010). The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models. *Journal of the royal society interface*, 7(47), 873-885.
- Dontwi I. K, W. Obeng D, E.A Andam & L. Obiri A. 2014.. A mathematical model to predict the prevalence and transmission dynamics of tuberculosis in amansie west district, Ghana. *British Journal of Mathematics & Computer Science*. 4(3): 402-4025.
- Spencer, J. A., Shutt, D. P., Moser, S. K., Clegg, H., Wearing, H. J., Mukundan, H., & Manore, C. A. (2020). Epidemiological parameter review and comparative dynamics of influenza, respiratory syncytial virus, rhinovirus, human coronavirus, and adenovirus. *MedRxiv*, 10(2020.02), 04-20020404.
- Rusliza A and Harun Budin, (2012). Stability Analysis of Mutualism Population Model with Time Delay. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*. 6(2): 151-155.
- Apenteng, O. O., & Ismail, N. A. (2017). Modelling the spread of HIV and AIDS epidemic trends in male and female populations. *World Journal of Modelling and Simulation*, 13(3), 183-192.
- Demirci, E., & Unal, A. (2011). A fractional order SEIR model with density dependent death rate. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 40(2), 287-295.
- Rangkuti, Y. M., Side, S. and M.S.M Noorani. (2014). SEIR model for transmission of dengue fever. *ITBC Journal of Science (Journal of Mathematical and Fundamental Sciences)*. 46A (1). 91-105.
- Rosdiana. (2015). Pemodelan Matematika SIR dengan Vaksin pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B. Skripsi, Universitas Negeri Makassar.
- Side, S. (2015). A susceptible-infected-recovered model and simulation for transmission of tuberculosis. *Advanced Science Letters*, 21(2), 137-139.