

Model SIS Stokastik pada Penyakit Malaria Berdasarkan Distribusi Data Pasien

Darmawati*¹, Wahyudin Nur²

^{1,2}Universitas Sulawesi Barat

e-mail: *¹darmath@unsulbar.ac.id, ²wahyudin.nur@unsulbar.ac.id

Abstrak

Penyakit Malaria merupakan salah satu penyakit yang paling sering mewabah di daerah beriklim tropis seperti Indonesia, khususnya daerah Sulawesi Barat. Salah satu faktor pendukung dari wabah penyakit ini adalah banyaknya daerah rawa yang merupakan habitat alami perkembang biakan dari vektor, yaitu nyamuk Anopheles spp yang menularkan Parasit Plasmodium spp ke tubuh inang yakni manusia. Dalam penelitian ini kami menggunakan model Susceptible Infected Susceptible (SIS) untuk mengkaji model infeksi penyakit Malaria, dimana laju infeksi penyakitnya dimodelkan oleh Distribusi Poisson dengan berdasarkan pada model distribusi pasien. Data jumlah pasien akan diperiksa model distribusinya untuk mengetahui model stokastik yang akan digunakan dalam memodelkan laju infeksi, yang kemudian akan diaplikasikan dalam model SIS Stokastik infeksi Malaria di daerah Kabupaten Majene, Sulawesi Barat. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model dan analisis matematika untuk menanggulangi infeksi Malaria, agar tidak kembali mewabah. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa model matematika yang dibentuk dapat menunjukkan dinamika dari penyakit Malaria tersebut.

Kata kunci: Malaria, Model SIS, Distribusi Poisson

1. PENDAHULUAN

Indonesia sebagai salah satu Negara tropis di Asia Tenggara dengan iklim yang cenderung hangat merupakan habitat yang disukai oleh nyamuk. Sulawesi Barat khususnya kabupaten Mamuju merupakan salah satu Provinsi di Indonesia yang beriklim cukup hangat cenderung panas. Kondisi geografis kabupaten Mamuju yang masih memiliki banyak rawa dan hutan juga semakin memungkinkan untuk nyamuk berkembang-biak dengan cepat. Sebagaimana yang sudah diketahui, nyamuk merupakan salah satu vektor penyakit untuk beberapa penyakit menular di wilayah tropis maupun subtropis. Penyakit menular seringkali disebut sebagai wabah, dan apabila wabah tersebut berada dalam lingkup yang lebih luas dan terjadinya lebih cepat dari perkiraan sebelumnya, maka wabah tersebut dikenal sebagai epidemi (Sari, A.N., 2011). Salah satu penyakit yang disebabkan oleh nyamuk sebagai vektornya adalah penyakit Malaria. Berdasarkan The World Malaria Report 2015, sebanyak 214 juta kasus baru terjadi sepanjang tahun dengan 438 ribu kasus kematian karena infeksi Malaria. Di Indonesia sendiri khususnya Provinsi Sulawesi Barat, angka kejadian malaria sendiri cukup tinggi. Bahkan menurut laporan Dinas Kesehatan provinsi Sulawesi barat tahun 2016, di beberapa kabupaten masih merupakan daerah endemik malaria. Dari fakta-fakta yang diberikan, penelitian tentang Malaria semakin gencar dilakukan. Tidak hanya bagi kalangan kesehatan, tetapi juga dilakukan oleh praktisi bidang lain seperti Matematika.

Penyederhanaan masalah nyata ke dalam bentuk masalah matematika seringkali disalahpahami sebagai suatu ketidakmungkinan. Penyederhanaan masalah nyata ke dalam

masalah matematika dikenal sebagai pemodelan matematika, dan cabang yang meneliti keterkaitan antara penyebaran penyakit dengan model matematika disebut sebagai matematika epidemiologi. Model matematika yang digunakan untuk mengetahui penyebaran suatu penyakit di daerah tertentu dikenal sebagai model epidemik. Pada tahun 1927, A. G. McKendrick dan W. O. Kermarck memperkenalkan model matematika epidemik modern yang memformulasikan model deterministik sederhana. Model epidemik pertama dikenalkan oleh Daniel Bernoulli tentang penyebaran penyakit *smallpox*. Selanjutnya, model epidemik terus berkembang baik yang bersifat deterministik maupun model yang bersifat stokastik (Diekman, O. dan Heesterbeek, J.A.P 2000).

Model SIS (*Susceptible Infective Susceptible*) merupakan model penyebaran penyakit dengan karakteristik bahwa setiap individu rentan terinfeksi suatu penyakit, kemudian sembuh dengan pengobatan medis ataupun karena proses alami. Akan tetapi kesembuhan individu tersebut tidak menjamin dirinya kebal terhadap infeksi tersebut, dengan kata lain individu tersebut sewaktu-waktu dapat kembali terinfeksi oleh penyakit yang sama. Adapun contoh penyakit yang model penyebarannya menggunakan model SIS adalah penyakit malaria (Allen, L.J.S.2008). Beberapa penelitian mengenai pemodelan penyakit Malaria sudah dilakukan, seperti oleh Sari, D.M. (2009), Adetunde, I.A. dan Yawson, N. (2010), Gebremeskel, A.A dan Krogstad, H.E. (2015) dan Wairimu, J., Gauthier, S., dan Ogana, W. (2014). Akan tetapi sampai saat ini terkhususnya di Indonesia belum ada penelitian yang menggunakan data penderita penyakit Malaria sebagai tolak ukur dalam penentuan laju infeksi penyakit malaria.

Berdasarkan paparan di atas, kami ingin mengkaji model SIS penyakit Malaria dengan melibatkan jumlah kasus kejadiannya sehingga nantinya akan diperoleh kajian mengenai model SIS Stokastik yang didasarkan oleh data penderita penyakit Malaria.

2. METODE PENELITIAN

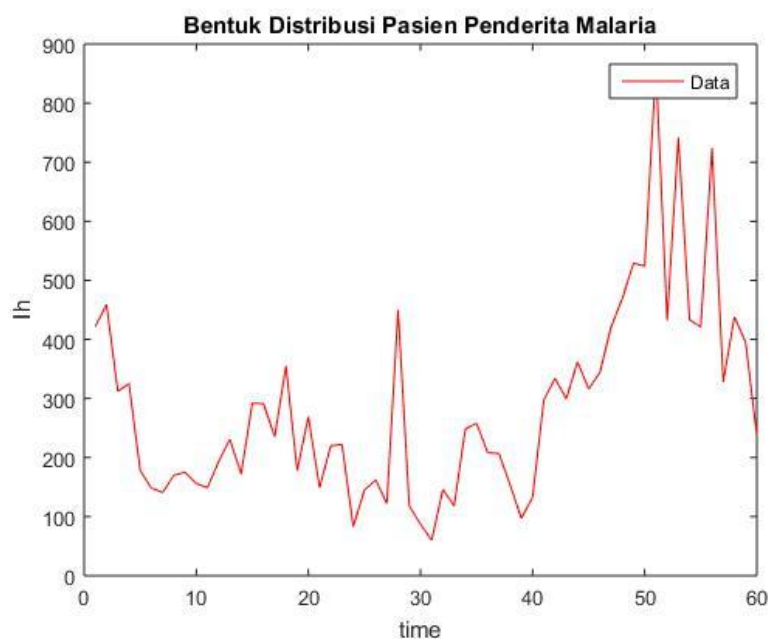
Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan studi literature untuk mengetahui informasi-informasi yang berkaitan dengan penyakit Malaria, dan juga mengambil referensi dari penelitian-penelitian sebelumnya mengenai model matematika untuk penyakit Malaria. Langkah selanjutnya adalah dengan mengunjungi instansi terkait dalam hal ini mengunjungi Dinas Kesehatan Kabupaten Majene untuk mendapatkan data penderita penyakit Malaria, dan kemudian akan diperiksa kecocokan distribusinya untuk mengkonstruksi persamaan non-linier yang nantinya akan membangun model SIS stokastik.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model SIS deterministik yang telah dimodifikasi dengan memperhatikan rata-rata perekrutan manusia sebanyak A manusia per hari dan laju kematian μ per hari serta diasumsikan bahwa tidak ada kematian karena infeksi dan penderita yang sembuh akan kembali menjadi *susceptible*, maka diperoleh sistem persamaan diferensial yang baru, yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= A - \eta SI - \mu S + \gamma I \\ \frac{dI}{dt} &= \eta SI - \gamma I \end{aligned} \quad (1)$$

Untuk mengkonstruksi model SIS Stokastik, pertama dilakukan pemeriksaan terhadap data untuk mengetahui kecocokan distribusinya. Penelitian ini awalnya akan menggunakan data Malaria dari Rumah Sakit Umum Kabupaten Mamuju, Kota Mamuju. Akan tetapi setelah ditelusuri, Rumah Sakit tersebut ternyata tidak memiliki data penderita dalam rentang waktu yang diharapkan. Pada akhirnya penelitian ini menggunakan data penderita Malaria tahun 2013-2017 yang diambil dari Dinas Kesehatan Kabupaten Majene, Kota Majene Provinsi Sulawesi Barat. Adapun model distribusi yang diperoleh dari data penderita Malaria tersebut disajikan dalam gambar berikut.



Gambar 1 Bentuk distribusi Pasien penderita Malaria

Dari hasil pencocokan kurva, diperoleh bahwa data dari penderita Malaria tersebut ternyata mengikuti distribusi Poisson. Kemudian model SI yang sudah disesuaikan dengan asumsi yang digunakan yaitu pada persamaan (3.1) selanjutnya akan dikonstruksi menjadi model SI Stokastik yang baru.

Dari banyak penelitian yang sudah dilakukan sebelumnya untuk kasus Malaria dengan menggunakan model pada persamaan (3.1), nilai yang digunakan untuk parameter laju infeksi dalam populasi (ηSI) hanyalah nilai perkiraan saja. Tidak ada standar baku untuk menentukan nilai tersebut. Pada kenyataannya nilai yang ada untuk kasus Malaria hanyalah data dari banyaknya kasus yang terjadi, dimana jumlah kasus setiap saatnya bergantung pada jumlah kasus dan waktu sebelumnya.

Dari fakta ini, jika diasumsikan laju infeksi dalam populasi (ηSI) dari data Malaria mengikuti distribusi Poisson dengan Y_t adalah banyaknya kasus infeksi baru Malaria yang terjadi setiap bulannya. Maka untuk menggantikan laju infeksi dalam populasi (ηSI) pada persamaan (3.1), dapat dituliskan laju infeksi dalam populasi dari data yang berdistribusi Poisson yaitu λ_t , dimana $\lambda_t = \mu + \alpha\lambda_{t-1} + \beta y_{t-1}$.

Langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter-parameter yang berada di dalam λ_t yaitu μ , α dan β , dengan algoritma sebagai berikut:

1. Inisialisasi nilai awal $S(0), I(0)$;
2. Input nilai $A, \varphi, \gamma, \mu, \alpha$ dan β ;
3. Definisikan model;

Untuk mengestimasi parameter-parameter yang berada di dalam λ_t yaitu μ , α dan β , digunakan metode Maximum Likelihood Estimation. Fungsi Likelihood untuk distribusi Poisson adalah sebagai berikut

$$L(\mu, \alpha, \beta) = \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{y_1}}{y_1!} \times \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{y_2}}{y_2!} \times \dots \times \frac{e^{-\lambda_t} \lambda_t^{y_t}}{y_t!}$$

$$= \prod_{t=2}^T \frac{e^{-\lambda_t} \lambda_t^{y_t}}{y_t!}$$

dengan fungsi log-likelihoodnya adalah

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{t=2}^T \ln \frac{e^{-\lambda_t} \lambda_t^{y_t}}{y_t!} \\ &= \sum_{t=2}^T -\lambda_t + \sum_{t=2}^T y_t \ln \lambda_t - \sum_{t=2}^T \ln(y_t!) \end{aligned}$$

Dengan demikian, Y_t dengan diberikan laju λ_t akan diasumsikan berdistribusi Poisson (λ_t), atau singkatnya akan dituliskan dengan $Y_t | \lambda_t \sim \text{Poisson}(\lambda_t)$ dan $Y_t | \lambda_t, t = 1, 2, \dots, T$ saling bebas. Maka diperoleh model SI baru dari data penderita Malaria yang berdistribusi Poisson sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= A - \lambda_t - \varphi S(t) + \gamma I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \lambda_t - \gamma I(t) \end{aligned} \quad (2)$$

4. KESIMPULAN

Model SIS Stokastik untuk penderita Malaria dapat dikonstruksi dengan menggunakan data penderitanya. Adapun model yang berhasil dikonstruksi adalah

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= A - \lambda_t - \varphi S(t) + \gamma I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \lambda_t - \gamma I(t) \end{aligned}$$

Dimana $\lambda_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha}\lambda_{t-1} + \hat{\beta}y_{t-1}$ adalah ekspektasi laju infeksi untuk menggantikan laju infeksi ηSI pada model SIS deterministik, sehingga parameter ηSI yang tidak mempunyai nilai tetap akan menjadi lebih realistis jika menggunakan model SIS berdasarkan data penderita Malaria.

DAFTAR PUSTAKA

- Adetunde, I.A. dan Yawson, N. 2010. Modelling the Epidemiology of Malaria: A Case Study of Wassu West District in the Western Region of Ghana. *Research Journal of Mathematics and Statistic*. 2(3): 105-111.
- Allen, L.J.S. 2008. An Introduction to Stochastic Epidemic Models-Part I. *Summer School on Mathematical Modeling of Infectious Disease*. 1-11 Mei 2008. University of Alberta.
- Diekman, O dan Heesterbek, J.A.P. 2000. *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases*. John Wiley and Sons Ltd, Chichester, New York.
- Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Barat. 2016. *Laporan Akuntabilitas Kinerja Instansi Pemerintah Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Barat Tahun 2015*. Mamuju.

-
- Gebremeskel, A.A dan Krogstad, H.E. 2015. Mathematical Modelling of Endemic Malaria Transmission. *American Journal of Applied Mathematics*. 3(2): 36-46.
- Sari, A.N. 2011. *Analisis Stabilitas Matematika dari Penyebaran penyakit Menular Melalui Transportasi Antar Dua Kota*. Surabaya: Jurusan Matematika ITS.
- Wairimu, J., Gauthier, S., dan Ogana, W. 2014. Formulation of a Vector SIS Malaria Model in a Patchy Environment with Two Age Classes. *Scientific Research. Applied Mathematics*, 2014 (5): 1535-1545.
- World Health Organization. 2015. World Malaria Report 2015. <http://www.who.int/malaria/publications/world-malaria-report-2015/en/pdf>. Diakses tanggal 23 Februari 2017.