SAINTIFIK:
Jurnal Matematika, Sains, dan Pembelajarannya **Vol.11, No.2, Juli 2025, pp. 208~213**
ISSN 2407-4098 (print) DOI:10.31605/saintifik.v11i2.600
ISSN 2622-8904 (online)

Penerapan Algoritma Maksimum Minimum dalam Pencarian Aliran Maksimum Kendaraan

Eka Susilowati
Program Studi Matematika, Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali Cilacap, Indonesia
e-mail: eka250@gmail.com

Abstrak

Jalan merupakan salah satu infrastruktur penunjang kegiatan perekonomian Masyarakat. Jalan di Indonesia tidak seluruhnya merupakan jalan yang lebar. Ada juga jalan yang merupakan jalan local yang hanya dilintasi oleh kendaraan dengan kecepatan rendah. Kapasitas tiap jalan pun berbeda beda antara satu dengan yang lain. Ada yang memang jalan berkapasitas kendaraan banyak dan dapat memuat kendaraan besar. Namun ada juga sebaliknya hanya kendaraan kecil yang dapat melintasi jalan tersebut. Para pekerja juga paling banyak menggunakan fasilitas jalan untuk menuju ke kantor atau tempat bekerjanya. Pada penelitian ini, dicari aliran kapasistas maksimum jalan dari mess ke kantor dengan menggunakan aljabar maksimum minimum. Hasil dari penelitian ini adalah jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor yang dihasilkan adalah (1,2) ,(2,5),(5,7) dengan besar jumlah arus maksimum yang dapat melalui jalan dari mess karyawan menuju kantor sebesar 800 mobil per jam. Dengan adanya hasil tersebut, maka karyawan dapat memilih jalan yang memudahkan dia dalam mencapai tujuan dari mess karyawan menuju kantor berdasarkan hasil jaringan yang diperoleh menggunakan aljabar maksimum minimum untuk menghindari kemacetan.

Kata kunci— *Optimal, Aliran Maksimum, Algoritma Djikstra, Algoritma Ford Fulkerson, Aliran Kendaraan, Algoritma Edmund Karp, Algoritma Maksimum Minimum.*

1. PENDAHULUAN

Di Indonesia, salah satu infrastruktur yang biasanya menjadi perhatian pemerintah adalah jalan raya. Jalan merupakan alat penghubung antara satu tempat ke tempat lain. Tidak seperti di luar negeri, Dimana jalanan di sana biasanya mulus dan lebar, di Indonesia berbeda. Menurut Hudoyo (Hudoyo, 2017), ada beberapa jenis jalan dan fungsinya. Pertama, jalan arteri adalah jalan yang melayani angkutan utama dengan ciri-ciri perjalanan jarak jauh, kecepatan rata-rata tinggi, dan jumlah masuk kendaraan dibatasi secara efisien. Yang kedua, jalan kolektor adalah jalan yang melayani angkutan pengumpul/pembagi dengan ciri-ciri perjalanan jarak sedang, kecepatan rata-rata sedang dan jumlah jalan kendaraan masuk dibatasi. Terakhir, jalan lokal adalah jalan yang melayani angkutan setempat dengan ciri-ciri perjalanan jarak dekat, kecepatan rata-rata rendah dan jumlah jalan masuk kendaraan tidak dibatasi. Karena besar kecilnya jalan ini, maka mempengaruhi jumlah volume maksimum kendaraan yang bisa melewati jalan tersebut.

Peningkatan volume kendaraan pada suatu jalan dapat menyebabkan kemacetan lalu lintas. Pada contoh permasalahan umum, misalkan seorang pekerja dari rumah ke kantor. Ada berbagai alternatif perjalanan, pekerja tersebut dalam mencapai kantor. Namun, terkadang kita terjebak pada jalan yang padat karena mungkin pada saat banyak orang yang berangkat atau pulang kerja dan sekolah dengan keterbatasan kapasitas maksimum suatu jalan. Hal ini dapat menghambat para pekerja atau siswa sekolah untuk dapat datang tepat waktu. Dengan menggunakan berbagai algoritma untuk pemilihan rute, dapat mengatasi masalah ini.

Penerapan teori graf salah satunya digunakan untuk memudahkan memecahkan persoalan mengenai network flow (Wulandari et al., 2025). Aliran maksimum sangat penting demi membantu untuk menentukan batas maksimum pada aliran dalam system jaringan (Hotimah et al., 2023). Pada penelitian Marpaung (Marpaung et al., 2023), memaparkan tentang aliran maksimum kendaraan berupa transportasi public maksimal tipe trasportasi public, yang dapat melewati jaringan jalan di Medan. Hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut adalah 5 tipe transportasi public yang melewati jalan Jamin Ginting ke jalan Williem Iskandar. Penelitian tersebut menggunakan algoritma Ford Fulkenson.

Sebenarnya, ada beberapa algoritma lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah aliran maksimum pada aliran kendaraan (Hasannuddin et al., 2024; Kristanti et al., 2024). Seperti pada penelitian Aini (Aini, 2010), yang menggunakan algoritma Ford Furkenson dan algoritma Djikstra dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum. Aliran maksimum yang dibahas pada penelitian Aini mengenai arus maksimum yang menghubungkan antara Lokasi mess karyawan dengan kantor tempat bekerja. Permasalahan yang terjadi adalah berapa arus maksimum dari jalan yang menghubungkan mess karyawan dengan kantor. Hasil dari penelitian tersebut jumlah aliran maksimum yang dapat mengalir dari jaringan adalah 900 mobil/jam jika menggunakan algoritma Djikstra. Hasil tersebut juga sama ketika arus kendaraan tersebut melalui jaringan.

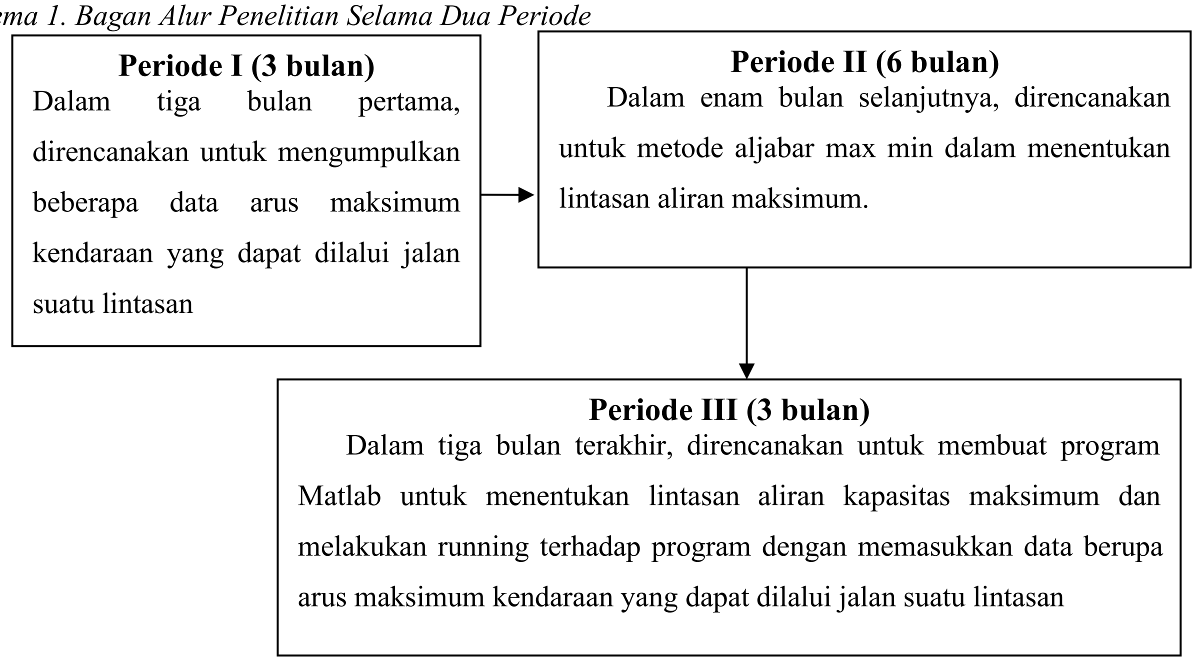
Termotivasi dari penelitian (Aini, 2010), penulis ingin mencari bagaimana lintasan aliran maksimum arus maksimum pada jaringan jalan tersebut terhadap studi kasus yang sama dengan penelitian tersebut namun dengan menggunakan algoritma Maks - Min. Dengan mengetahui lintasan aliran maksimum arus kendaraan pada jaringan tersebut tersebut diharapkan setiap kegiatan masyarakat terutama di bidang perekonomian yang berkaitan dengan manajemen waktu datang ke kantor pada arus kendaraan dapat teratasi karena masyarakat dapat memilih arus yang tidak mengalami kepadatan. Sehingga masyarakat tidak merasa dirugikan dari masalah tersebut.

2. METODE PENELITIAN

Tahapan pertama penelitian yang digunakan dengan mengumpulkan beberapa data besar kapasitas maksimum suatu jalan. Data tersebut diperoleh dari jurnal (Aini, 2010). Tahapan kedua penelitian untuk metode aljabar max min dalam menentukan lintasan aliran kapasitas maksimum. Tahapan selanjutnya adalah membuat program MATLAB yang digunakan untuk menentukan lintasan aliran maksimum dimana matriks A berukuran besar, atau dengan kata lain jaringan kendaraan merupakan jaringan yang luas. Tahapan terakhir adalah memasukkan data berupa arus maksimum kendaraam yang dapat dilalui jalan suatu lintasan ke dalam program Matlab yang dibuat. Jika dalam jaringan tersebut, antara titik tidak terhubung oleh lintasan maka diisi dengan angka 0.

Berdasarkan teorema yang dijelaskan di atas

Skema 1. Bagan Alur Penelitian Selama Dua Periode



3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab pembahasan ini, akan dibahas mengenai penerapan aljabar max – min pada masalah kapasitas maksimum. Namun, akan dibahas terlebih dahulu beberapa teorema yang mendasari hal tersebut. Seperti aljabar max plus dan aljabar min plus, aljabar max min merupakan salah satu struktur aljabar juga. Namun ada beberapa perbedaan dalam aljabar max min.

Aljabar max min merupakan himpunan semua bilangan real R yang dilengkapi dengan operasi maksimum dan minimum. Aljabar max min ini dapat digunakan untuk memodelkan dan menganalisis masalah lintasan kapasitas maksimum. Diberikan $\mathbb{R}_{\varepsilon}^{+} = \mathbb{R}^{+} \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\mathbb{R}^{+}$ merupakan himpunan semua bilangan real non negative ditambah dengan $\varepsilon = +\infty$. Di dalam himpunan $\mathbb{R}^{+}$ dilengkapkan operasi berikut : $a \oplus b = \max(a,b)$ dan $a \otimes b = \min(a,b)$

Himpunan $(\mathbb{R}_{\varepsilon}^{+}, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring idempotent komutatif dengan elemen netral 0 dan elemen satuan $\varepsilon = +\infty$. Selanjutnya, $(\mathbb{R}_{\varepsilon}^{+}, \oplus, \otimes)$ dinamakan debagai aljabar max min.

Pada permasalahan lintasan kapasitas maksimum, A_{ij} menandakan bilangan real non negative dan merupakan kapasitas busur (j,i), yaitu aliran maksimum yang dapat melalui busur (j,i). Berikut akan diberikan teorema yang digunakan dalam pencarian kapasitas maksimum lintasan dalam suatu jaringan.

Teorema 1
Diberikan $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{+}, \forall p \geq n, A^{\otimes p} \leq E \oplus A \oplus \ldots \oplus A^{\otimes n}$

Teorema 2
Diberikan $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{+}, \forall p \geq n, A* = E \oplus A \oplus \ldots \oplus A^{\otimes n} \oplus \ldots$
Berdasarkan Teorema 1 didapatkan $\mathrm{A}* = E \oplus A \oplus \ldots \oplus A^{\otimes n-1}$. Jika diperhatikan penjelasan tentang kapasitas dan pangkat matriks di atas, berikut diberikan hasil mengenai kapasitas maksimum lintasan dalam jaringan.

Teorema 3
Jika $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{+\,nxn}$ adalah matriks bobot suatu graf berarah berbobot, di mana bobot A_{ij} merupakan kapasitas busur (j, i), yaitu aliran maksimum yang dapat melalui busur (j, i), maka unsur $(A*)_{ij}$ merupakan kapasitas maksimum lintasan dengan ujung titik j dan pangkal titik i.

Berdasarkan pembahasan di atas, menyatakan bahwa unsur $(A*)_{ij}$ merupakan kapasitas maksimum lintasan dengan ujung titik j dan pangkal titik I dengan A merupakan matriks bobot pada graf berarah berbobot yang terkait. Dengan menggunakan hasil tersebut, kita dapat menentukan lintasan dengan kapasitas maksimumyang berawal dari titik 1 menuju titik terakhir n dalam suatu jaringan searah dengan bobot busurnya yang menggambarkan kapasitas dari busur yaitu kapasitas maksimum yang dapat dilalui oleh busur tersebut.

Berdasarkan penjelasan Teorema 3, dapat diartikan bahwa $(A*)_{n1}$ merupakan kapasitas maksimum lintasan dengan titik awal 1 ke titik akhir n. Kapasitas maksimum lintasan dengan titik awal 1 ke titik akhir n dinamakan kapasitas maksimum jaringan. Berikut ini akan diberikan definisi busur kapasitas maksimum dan lintasan kapasitas maksimum.

Definisi 4
Suatu busur (j,i) dalam jaringan lintasan searah dengan n titik merupakan busur kapasitas maksimum jika kapasitasnya tidak kurang dari kapasitas maksimum jaringan.

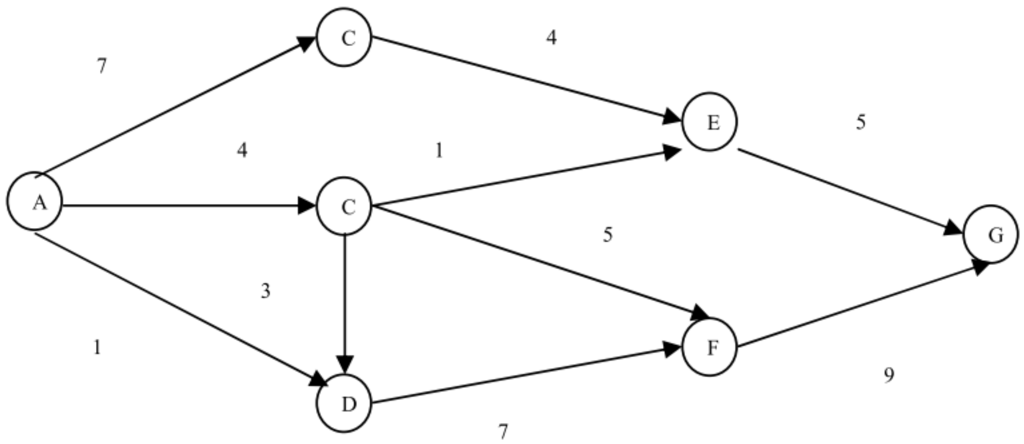
Definisi 5
Suatu lintasan disebut lintasan kapasitas maksimum jika seluruhnya terdiri dari busur kapasitas maksimum.
Menurut buku (Rudhito, 2016) terdapat suatu teorema yang menjelaskan bagaimana menentukan busur kapasitas maksimum. Namun di sini sedikit diberikan perubahan mengenai syarat suatu busur merupakan busur kapasitas maksimum. Berdasarkan definisi dan pembahasan sebelumnya, diperoleh teorema berikut :

Teorema 6
Diberikan jaringan lintasan searah yang terdiri dari n titik dan matriks berbobot $A \in \mathbb{R}_{\varepsilon}^{*nxn}$. Suatu busur (j,i) dalam jaringan merupakan busur kapasitas maksimum jika dan hanya jika $A_{ij} - \left(A^{*}\right)_{n1} \geq 0$.

Dalam permasalahan aliran arus kapasitas maksimum kendaraan ini, untuk titik yang tidak terhubung maka akan diberi nilai 0 pada matriks A.

3.1 Deskripsi dan Obyek Penelitian

Data yang digunakan berupa contoh kasus aliran maksimum kendaraan (Aini, 2010) sebagaimana data di bawah ini.



Setelah aliran kendaraan di jalan dibuat graf berarahnya, maka selanjutnya dibuat matriks adjacency nya. Berikut ini diberikan matriks adjencencynya:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 9 & 0 \end{matrix}$$

Selanjutnya dibuat program Matlab yang natinya digunakan untuk menentukan lintasan jaringan arus kapasitas maksimum kendaraan. Program Matlab ini, sangat membantu kita dalam mencari jaringan maksimum arus kapasitas maksimum kendaraan pada kasus lain yang mungkin melibatkan arus kapasitas maksimum kendaraan yang besar, dimana matriks adjencencynya merupakan matriks yang berukuran besar.

Berikut ini merupakan hasil dari program Matlab yang telah dijalankan

```
maxminstar1
Masukkan matriks Anxn = [0 0 0 0 0 0 0; 7 0 0 0 0 0 0 ; 4 0 0 0 0 0 0 ;1 0 3 0 0 0 0; 0 4 1 0 0 0 0; 0 0 3 7 0 0 0; 0 0 0 0 5 9 0]
 Matriks A_plus
    0   0   0   0   0   0   0
    7   0   0   0   0   0   0
    4   0   0   0   0   0   0
    3   0   3   0   0   0   0
    4   4   1   0   0   0   0
    3   0   3   7   0   0   0
    4   4   3   7   5   9   0
```

```
A1_star =

  Inf    0    0    0    0    0    0
    7  Inf    0    0    0    0    0
    4    0  Inf    0    0    0    0
    3    0    3  Inf    0    0    0
    4    4    1    0  Inf    0    0
    3    0    3    7    0  Inf    0
    4    4    3    7    5    9  Inf

P =

   -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4
    3   -4   -4   -4   -4   -4   -4
    0   -4   -4   -4   -4   -4   -4
   -3   -4   -1   -4   -4   -4   -4
   -4    0   -3   -4   -4   -4   -4
   -4   -4   -1    3   -4   -4   -4
   -4   -4   -4   -4    1    5   -4
```

```
Matriks A
    0    0    0    0    0    0    0
    7    0    0    0    0    0    0
    4    0    0    0    0    0    0
    1    0    3    0    0    0    0
    0    4    1    0    0    0    0
    0    0    3    7    0    0    0
    0    0    0    0    5    9    0

Matriks A_star
  Inf    0    0    0    0    0    0
    7  Inf    0    0    0    0    0
    4    0  Inf    0    0    0    0
    3    0    3  Inf    0    0    0
    4    4    1    0  Inf    0    0
    3    0    3    7    0  Inf    0
    4    4    3    7    5    9  Inf

Matriks P
   -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4
    3   -4   -4   -4   -4   -4   -4
    0   -4   -4   -4   -4   -4   -4
   -3   -4   -1   -4   -4   -4   -4
   -4    0   -3   -4   -4   -4   -4
   -4   -4   -1    3   -4   -4   -4
   -4   -4   -4   -4    1    5   -4
```

Berdasarkan hasil dari program Matlab, dihasilkan busur maksimum jaringan tersebut adalah (1,2),(1,3),(2,5),(4,6),(5,7),(6,7). Sehingga lintasan maksimum jaringan yang terbentuk adalah (1,2) ,(2,5), (5,7). Pada penelitian (Aini, 2010), aliran kapasitas arus maksimum kendaraan berbeda yang didapatkan adalah (1,4), (4,6), (6,7).

Berdasarkan (Aini, 2010) menggunakan algoritma Folk–Furkenson hanya menghasilkan jumlah kapasitas maksimum yang dapat dilalui pada jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor sebesar 900 mobil per jam. Namun dalam penelitian ini, peneliti mencari lintasan kapasitas maksimum jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor. Jumlah kapasitas maksimum yang terjadi di jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor dengan aljabar max min sebesar 800 mobil per jam. Pada konsepnya, lintasan kapasitas maksimum yang dicari menggunakan algoritma Max-Min sebenarnya merupakan lintasan yang masih mampu dilintasi arus mobil yang terdiri dari busur kapasitas maksimum. Kenapa dikatakan mampu dilewati? Karena lintasan kapasitas maksimum yang terpilih, harus tidak boleh melewati kapasitas maksimum yang digambarkan sebagai kapasitas maksimum lintasan dengan titik awal 1 ke titik akhir n $\left(A^*\right)_{n1}$. Akibat selanjutnya ketika busur tersebut dilewati arus mobil yang melebihi $\left(A^*\right)_{n1}$, maka jika terjadi pada jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor maka akan berakibat kemacetan jalan.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian di atas, dapat digunakan algoritma maksimum minimum dalam mencari jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor. Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini menghasilkan solusi jaringan jalan dari mess karyawan menuju kantor yang dihasilkan adalah (1,2) ,(2,5),(5,7) dengan besar jumlah arus maksimum yang dapat melalui jalan dari mess karyawan menuju kantor sebesar 800 mobil per jam. Dengan adanya hasil tersebut, maka karyawan dapat memilih jalan yang memudahkan dia dalam mencapai tujuan dari mess karyawan menuju kantor.

DAFTAR PUSTAKA

Aini, K. (2010). *Menggunakan Algoritma Dijkstra Dan Algoritma Ford-Fulkerson Menggunakan Algoritma Djikstra Dan Algoritma Ford-Fulkerson*.

Hasannuddin, T., Syahroni, M., & Lubis, R. S. (2024). *Studi Aliran Daya Listrik pada Sistem Tegangan 220 / 380V di Area Kampus Politeknik Negeri Lhokseumawe A-79 A-80*. *7*(1), 79–84.

Hotimah, H., Bahri, S., & Awalushaumi, L. (2023). Modifikasi Algoritma Edmonds Karp untuk Menentukan Aliran Maksimum Pada Jaringan Distribusi Air PDAM (Studi Kasus Jaringan Telaga Sari PDAM Giri Menang Mataram). *Eigen Mathematics Journal*, *06*(02), 59–64. https://doi.org/10.29303/emj.v6i2.134

Hudoyo, B. (2017). Bab III Landasan Teori (SPT). *Universitas Islam Indonesia*, *1*, 1–15.

Kristanti, A. R., Pratiwi, D., Rahmawati, I. A., Setiawan, A. R., & Habibi, A. (2024). Optimasi Jalur Evakuasi Bencana Dalam Mereduksi Dampak Erupsi Gunung Semeru Menggunakan Shortest Path Dan Maximum Flow. *Teorema: Teori Dan Riset Matematika*, *9*(2), 207. https://doi.org/10.25157/teorema.v9i2.14140

Marpaung, F., Arnita, A., & Sari, N. (2023). Maximal Flow of Transportation Network in Medan City Using Ford-Fulkerson Algorithm. *International Journal of Science, Technology & Management*, *4*(1), 100–106. https://doi.org/10.46729/ijstm.v4i1.724

Rudhito, M. A. (2016). Aljabar max-plus dan penerapannya. *Universitas Sanata Dharma Yogyakarta*.

Wulandari, C., Aqfi, F., Maulida, S., Asmal, S., Zia, S., Hasanah, H., Ningsih, R., Salamah, S., & Ginting, B. (2025). Systematic Literature Review : Analisis Penerapan Network Models dalam Kehidupan Sehari-Hari. *Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumian Dan Angkasa*, *3*(1), 49–59.